

#3 4-11-01
JC

Atty. Dkt. No. 35498-1005

IN THE UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE

JC966 U.S. PTO
09/746139
12/22/00

In re application of:) Group Art Unit: To be assigned
Ken UMENO)
Serial No.: To be assigned)
Filed: Filed herewith)
For: APPARATUS AND METHOD FOR)
COMPUTING MULTIPLE INTEGRAL,)
AND RECORDING MEDIUM)

San Diego, California 92101
December 22, 2000

Commissioner for Patents
Washington, D.C. 20231

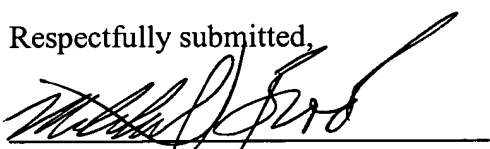
SUBMISSION OF PRIORITY DOCUMENT

Dear Sir/Madam:

Transmitted herewith is the Priority Document, Japanese Application No.: 11-370277.

Although it is believed that no fees are due for this submission, the Commissioner is authorized to charge any shortage in the fees due in connection with the filing of this paper to our Deposit Account No. 02-0410 (Baker & McKenzie).

Respectfully submitted,

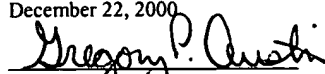

Mitchell P. Brook
Attorney for Applicant
Reg. No. 32,967
c/o Baker & McKenzie
101 West Broadway, 12th Floor
San Diego, California 92101
Telephone (619) 236-1441

CERTIFICATE OF EXPRESS MAILING

I hereby certify that this correspondence (along with any referred to as being attached or enclosed) is being deposited with the United States Postal Express Mail Service (EL 591 768 010 US) on the date shown below with sufficient postage and in an envelope addressed to: BOX PATENT APPLICATION, Commissioner for Patents, Washington, D.C. 20231.

Date of Deposit: December 22, 2000

Signature:


Gregory P. Austin

562452v1

日 本 国 特 許 庁
PATENT OFFICE
JAPANESE GOVERNMENT

JP C966 U.S. PTO
09/746139
12/22/00

別紙添付の書類に記載されている事項は下記の出願書類に記載されている事項と同一であることを証明する。

This is to certify that the annexed is a true copy of the following application as filed with this Office.

出 願 年 月 日

Date of Application:

1 9 9 9 年 1 2 月 2 7 日

出 願 番 号

Application Number:

平成 1 1 年 特 許 願 第 3 7 0 2 7 7 号

出 願 人

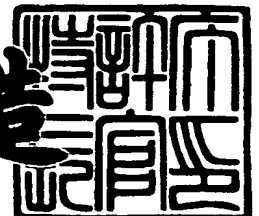
Applicant (s):

郵政省通信総合研究所長
梅野 健

2 0 0 0 年 1 2 月 1 日

特 許 庁 長 官
Commissioner,
Patent Office

及 川 耕 造



出 証 番 号 出 証 特 2 0 0 0 - 3 0 9 7 8 0 6

【書類名】 特許願

【整理番号】 CRL-99-AG

【提出日】 平成11年12月27日

【あて先】 特許庁長官 殿

【国際特許分類】 G06F 17/00

【発明者】

【住所又は居所】 東京都小金井市貫井北町4丁目2番1号 郵政省通信総合研究所内

【氏名】 梅野 健

【特許出願人】

【識別番号】 391027413

【氏名又は名称】 郵政省通信総合研究所長 飯田 尚志

【特許出願人】

【識別番号】 597044841

【氏名又は名称】 梅野 健

【代理人】

【識別番号】 100095407

【弁理士】

【氏名又は名称】 木村 満

【選任した代理人】

【識別番号】 100110135

【弁理士】

【氏名又は名称】 石井 裕一郎

【手数料の表示】

【予納台帳番号】 038380

【納付金額】 10,500円

【その他】 国以外のすべての者の持分の割合 050/100

【提出物件の目録】

【物件名】 明細書 1

【物件名】 図面 1

【物件名】 要約書 1

【プルーフの要否】 要

【書類名】 明細書

【発明の名称】 多重積分の計算装置、計算方法、および、情報記録媒体

【特許請求の範囲】

【請求項 1】

ベクトル写像 f であって、実数の成分からなる m ($m \geq 1$)次元のベクトルを実数の成分からなる m 次元のベクトルに変換し、非有界領域のサポートを持ち、所定の m 次元のベクトル u に写像 f を繰り返し適用した結果の極限分布の多次元密度関数 ρ は解析的に得られるベクトル写像 f を用いて、多次元被積分関数 A の多重積分を計算する計算装置であって、

m 次元のベクトル $x=(x_1, x_2, \dots, x_m)$ を記憶する第 1 の記憶部と、

スカラー値 w を記憶する第 2 の記憶部と、

前記第 1 の記憶部に記憶されたベクトル x に、前記ベクトル写像 f を適用した結果のベクトル $x'=f(x)=(x'_1, x'_2, \dots, x'_m)$ を計算する第 1 の計算部と、

前記第 1 の記憶部に記憶されたベクトル x と、前記第 2 の計算部に記憶されたスカラー値 w とから、スカラー値 $w'=A(x)/\rho(x)$ を計算する第 2 の計算部と、

前記第 1 の計算部により計算されたベクトル x' を前記第 1 の記憶部に記憶させて更新し、前記第 2 の計算部により計算されたスカラー値 w' を前記第 2 の記憶部に記憶される値に加算してこれを更新する更新部と、

前記更新部による更新回数が c ($c \geq 1$)回となった場合、前記第 2 の記憶部に記憶されたスカラー値 w から、スカラー値 $s=w/(c+1)$ を計算して、当該スカラー値 s を多重積分の結果として出力する出力部と、

を備えることを特徴とする計算装置。

【請求項 2】

前記第 2 の記憶部に最初に記憶されるスカラー値は、前記第 1 の記憶部に最初に記憶される m 次元のベクトルに関数 A を適用したものを、前記第 1 の記憶部に最初に記憶される m 次元のベクトルに密度関数 ρ を適用したもので除算した結果である

ことを特徴とする請求項 1 に記載の計算装置。

【請求項 3】

前記第 2 の記憶部に最初に記憶されるスカラー値は 0 であり、

前記出力部は、前記スカラー値 s にかえて、スカラー値 $s' = w/c$ を計算して、当該スカラー値 s' を多重積分の結果として出力する

ことを特徴とする請求項 1 に記載の計算装置。

【請求項 4】

前記ベクトル写像 f として複数のベクトル写像 g_1, g_2, \dots, g_k ($k \geq 2$) を用意し、そのそれぞれについて、前記更新回数 c を変化させて前記出力部が順次出力するスカラー値の収束速度を取得する収束速度取得部と、

前記収束速度取得部により取得された収束速度が最も速いベクトル写像 g_h ($1 \leq h \leq k$) を選択する選択部と、

前記ベクトル写像 f として前記ベクトル写像 g_h を用いて、前記更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$) を用いて前記出力部にスカラー値を出力させる出力制御部と、

をさらに備えることを特徴とする請求項 1 から 3 のいずれか 1 項に記載の計算装置。

【請求項 5】

前記ベクトル写像 f を所定の m 次元のベクトル $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ に 0 回以上適用して得られるベクトル列

$$u, f(u), f(f(u)), f(f(f(u))), \dots$$

の極限分布の多次元密度関数 ρ は、性質

$$\begin{aligned} \rho(u) &= \prod_{i=1}^m \rho_i(u_i); \\ \rho_i(u_i) &\sim c_{-i} |u_i|^{-(1+a)} \quad \text{for } u_i \rightarrow -\infty; \\ \rho_i(u_i) &\sim c_{+i} |u_i|^{-(1+a)} \quad \text{for } u_i \rightarrow +\infty; \\ (a > 0, 1 \leq i \leq m, c_{-i} > 0, c_{+i} > 0) \end{aligned}$$

を満たす

ことを特徴とする請求項 1 から 3 のいずれか 1 項に記載の計算装置。

【請求項 6】

前記ベクトル写像 f は、 $1 \leq i \leq m$ について定義される関数

$$f_i(t) = g_i(d_i t)/d_i \quad (d_i > 0)$$

により

$$f(u) = (f_1(u_1), f_2(u_2), \dots, f_m(u_m))$$

と定義され、写像 g_i は、以下の写像 ϕ_j ($1 \leq j \leq 8$)のいずれかと自然数 n_i ($n_i \geq 2$)とにより、

$$g_i(\phi_j(\theta)) = \phi_j(n_i \theta);$$

$$\phi_1(\theta) = -\text{sgn}(\tan \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_2(\theta) = -\text{sgn}(\tan \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_3(\theta) = -\text{sgn}(\cos \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_4(\theta) = -\text{sgn}(\cos \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_5(\theta) = \text{sgn}(\cos \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_6(\theta) = \text{sgn}(\cos \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_7(\theta) = \text{sgn}(\sin \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_8(\theta) = \text{sgn}(\sin \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\text{sgn}(t) = 1 \quad \text{for } t > 0;$$

$$\text{sgn}(t) = 0 \quad \text{for } t = 0;$$

$$\text{sgn}(t) = -1 \quad \text{for } t < 0$$

と定義される

ことを特徴とする請求項 5 に記載の計算装置。

【請求項 7】

前記定数 a として複数の正数 q_1, q_2, \dots, q_k ($k \geq 2$)を用意して、そのそれぞれについて前記写像 f を定義し、前記更新回数 c を変化させて前記出力部が順次出力するスカラー値の収束速度を取得する収束速度取得部と、

前記収束速度取得部により取得された収束速度が最も速い正数 q_h ($1 \leq h \leq k$)を選択する選択部と、

前記定数 a として前記正数 q_h を用いて前記写像 f を定義し、前記更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いて前記出力部にスカラー値を出力させる出力制御部と、

をさらに備えることを特徴とする請求項 5 または 6 に記載の計算装置。

【請求項 8】

前記写像 g_i を前記写像 ϕ_j のいずれか複数を用いて定義し、そのそれぞれについて、前記更新回数 c を変化させて前記出力部が順次出力するスカラー値の収束速度を取得する収束速度取得部と、

前記収束速度取得部により取得された収束速度が最も速い写像 ϕ_j を選択する選択部と、

前記写像 g_i を前記選択部により選択された写像 ϕ_j を用いて定義し、前記更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いて前記出力部にスカラー値を出力させる出力制御部と、

をさらに備えることを特徴とする請求項 6 に記載の計算装置。

【請求項 9】

前記自然数 n_i として複数の自然数 p_1, p_2, \dots, p_k ($k \geq 2$)を用意して、そのそれぞれについて前記写像 g_i を定義し、前記更新回数 c を変化させて前記出力部が順次出力するスカラー値の収束速度を取得する収束速度取得部と、

前記収束速度取得部により取得された収束速度が最も速い自然数 p_h ($1 \leq h \leq k$)を選択する選択部と、

前記自然数 n_i として前記自然数 p_h を用いて前記自然数写像 g_i を定義し、前記更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いて前記出力部にスカラー値を出力させる出力制御部と、

をさらに備えることを特徴とする請求項 6 に記載の計算装置。

【請求項 10】

前記出力部は、前記更新部による更新が行われる度に、前記スカラー値 s を計算し、当該スカラー値 s と、前回の更新の際におけるこのスカラー値と、を比較して、これが所定の終了条件を満たす場合に、当該スカラー値 s を出力する

ことを特徴とする請求項 1 から 9 のいずれか 1 項に記載の計算装置。

【請求項 11】

ベクトル写像 f であって、実数の成分からなる m ($m \geq 1$)次元のベクトルを実数の成分からなる m 次元のベクトルに変換し、非有界領域のサポートを持ち、所定の m 次元のベクトル u に写像 f を繰り返し適用した結果の極限分布の多次元密度関数 ρ は解析的に得られるベクトル写像 f と、

m次元のベクトル $x=(x_1, x_2, \dots, x_m)$ を記憶する第1の記憶部と、
 スカラー値 w を記憶する第2の記憶部と、
 を用いて、多次元被積分関数 A の多重積分を計算する計算方法であって、
 前記第1の記憶部に記憶されたベクトル x に、前記ベクトル写像 f を適用した結果のベクトル $x'=f(x)=(x'_1, x'_2, \dots, x'_m)$ を計算する第1の計算工程と、
 前記第1の記憶部に記憶されたベクトル x と、前記第2の記憶部に記憶されたスカラー値 w とから、スカラー値 $w'=A(x)/\rho(x)$ を計算する第2の計算工程と、
 前記第1の計算工程にて計算されたベクトル x' を前記第1の記憶部に記憶させて更新し、前記第2の計算工程にて計算されたスカラー値 w' を前記第2の記憶部に記憶される値に加算してこれを更新する更新工程と、
 前記更新工程による更新回数が c ($c \geq 1$)回となった場合、前記第2の記憶部に記憶されたスカラー値 w から、スカラー値 $s=w/(c+1)$ を計算して、当該スカラー値 s を多重積分の結果として出力する出力工程と、
 を備えることを特徴とする計算方法。

【請求項 1 2】

前記第2の記憶部に最初に記憶されるスカラー値は、前記第1の記憶部に最初に記憶されるm次元のベクトルに関数 A を適用したものを、前記第1の記憶部に最初に記憶されるm次元のベクトルに密度関数 ρ を適用したもので除算した結果である

ことを特徴とする請求項 1 1 に記載の計算方法。

【請求項 1 3】

前記第2の記憶部に最初に記憶されるスカラー値は0であり、
 前記出力工程は、前記スカラー値 s にかえて、スカラー値 $s'=w/c$ を計算して、
 当該スカラー値 s' を多重積分の結果として出力する

ことを特徴とする請求項 1 1 に記載の計算方法。

【請求項 1 4】

前記ベクトル写像 f として複数のベクトル写像 g_1, g_2, \dots, g_k ($k \geq 2$)を用意し、
 そのそれぞれについて、前記更新回数 c を変化させて前記出力工程にて順次出力されるスカラー値の収束速度を取得する収束速度取得工程と、

前記収束速度取得工程にて取得された収束速度が最も速いベクトル写像 g_h ($1 \leq h \leq k$)を選択する選択工程をさらに備え、

前記ベクトル写像 f として前記ベクトル写像 g_h を用いて、

前記出力工程は、前記更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いてスカラー値を出力する

ことを特徴とする請求項 1 1 から 1 3 のいずれか 1 項に記載の計算方法。

【請求項 1 5】

前記ベクトル写像 f を所定の m 次元のベクトル $u=(u_1, u_2, \dots, u_m)$ に 0 回以上適用して得られるベクトル列

$u, f(u), f(f(u)), f(f(f(u))), \dots$

の極限分布の多次元密度関数 ρ は、性質

$$\begin{aligned} \rho(u) &= \prod_{i=1}^m \rho_i(u_i); \\ \rho_i(u_i) &\sim c_{-i} |u_i|^{-(1+a)} \quad \text{for } u_i \rightarrow -\infty; \\ \rho_i(u_i) &\sim c_{+i} |u_i|^{-(1+a)} \quad \text{for } u_i \rightarrow +\infty; \\ (a > 0, 1 \leq i \leq m, c_{-i} > 0, c_{+i} > 0) \end{aligned}$$

を満たす

ことを特徴とする請求項 1 1 から 1 3 のいずれか 1 項に記載の計算方法。

【請求項 1 6】

前記ベクトル写像 f は、 $1 \leq i \leq m$ について定義される関数

$$f_i(t) = g_i(d_i t)/d_i \quad (d_i > 0)$$

により

$$f(u) = (f_1(u_1), f_2(u_2), \dots, f_m(u_m))$$

と定義され、写像 g_i は、以下の写像 ϕ_j ($1 \leq j \leq 8$)のいずれかと自然数 n_i ($n_i \geq 2$)とにより、

$$\begin{aligned} g_i(\phi_j(\theta)) &= \phi_j(n_i \theta); \\ \phi_1(\theta) &= -\text{sgn}(\tan \theta) / |\tan \theta|^{1/a}; \\ \phi_2(\theta) &= -\text{sgn}(\tan \theta) \times |\tan \theta|^{1/a}; \\ \phi_3(\theta) &= -\text{sgn}(\cos \theta) / |\tan \theta|^{1/a}; \\ \phi_4(\theta) &= -\text{sgn}(\cos \theta) \times |\tan \theta|^{1/a}; \end{aligned}$$

$$\phi_5(\theta) = \operatorname{sgn}(\cos \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_6(\theta) = \operatorname{sgn}(\cos \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_7(\theta) = \operatorname{sgn}(\sin \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_8(\theta) = \operatorname{sgn}(\sin \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\operatorname{sgn}(t) = 1 \quad \text{for } t > 0;$$

$$\operatorname{sgn}(t) = 0 \quad \text{for } t = 0;$$

$$\operatorname{sgn}(t) = -1 \quad \text{for } t < 0$$

と定義される

ことを特徴とする請求項 1 5 に記載の計算方法。

【請求項 1 7】

前記定数 a として複数の正数 q_1, q_2, \dots, q_k ($k \geq 2$) を用意して、そのそれぞれについて前記写像 f を定義し、前記更新回数 c を変化させて前記出力工程にて順次出力されるスカラー値の収束速度を取得する収束速度取得工程と、

前記収束速度取得工程にて取得された収束速度が最も速い正数 q_h ($1 \leq h \leq k$) を選択する選択工程と、

前記定数 a として前記正数 q_h を用いて前記写像 f を定義し、前記更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$) を用い、前記出力工程によりスカラー値を出力させる出力制御工程と、

をさらに備えることを特徴とする請求項 1 5 または 1 6 に記載の計算方法。

【請求項 1 8】

前記写像 g_i を前記写像 ϕ_j のいずれか複数を用いて定義し、そのそれぞれについて、前記更新回数 c を変化させて前記出力工程にて順次出力されるスカラー値の収束速度を取得する収束速度取得工程と、

前記収束速度取得工程にて取得された収束速度が最も速い写像 ϕ_j を選択する選択工程と、

前記写像 g_i を前記選択工程にて選択された写像 ϕ_j を用いて定義し、前記更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$) を用いて前記出力工程によりスカラー値を出力させる出力制御工程と、

をさらに備えることを特徴とする請求項 1 6 に記載の計算方法。

【請求項 1 9】

前記自然数 n_i として複数の自然数 p_1, p_2, \dots, p_k ($k \geq 2$)を用意して、そのそれぞれについて前記写像 g_i を定義し、前記更新回数 c を変化させて前記出力工程にて順次出力されるスカラー値の収束速度を取得する収束速度取得工程と、

前記収束速度取得工程にて取得された収束速度が最も速い自然数 p_h ($1 \leq h \leq k$)を選択する選択工程と、

前記自然数 n_i として前記自然数 p_h を用いて前記自然数写像 g_i を定義し、前記更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いて前記出力工程によりスカラー値を出力させる出力制御工程と、

をさらに備えることを特徴とする請求項 1 6 に記載の計算方法。

【請求項 2 0】

前記出力工程は、前記更新工程による更新が行われる度に、前記スカラー値 s を計算し、当該スカラー値 s と、前回の更新の際におけるこのスカラー値と、を比較して、これが所定の終了条件を満たす場合に、当該スカラー値 s を出力することを特徴とする請求項 1 1 から 1 9 のいずれか 1 項に記載の計算方法。

【請求項 2 1】

ベクトル写像 f であって、実数の成分からなる m ($m \geq 1$)次元のベクトルを実数の成分からなる m 次元のベクトルに変換し、非有界領域のサポートを持ち、所定の m 次元のベクトル u に写像 f を繰り返し適用した結果の極限分布の多次元密度関数 ρ は解析的に得られるベクトル写像 f を用いて、多次元被積分関数 A の多重積分を計算するためのプログラムを記録した、コンピュータ読取可能な情報記録媒体であって、

当該プログラムは、コンピュータを、

m 次元のベクトル $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ を記憶する第 1 の記憶部、

スカラー値 w を記憶する第 2 の記憶部、

前記第 1 の記憶部に記憶されたベクトル x に、前記ベクトル写像 f を適用した結果のベクトル $x' = f(x) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_m)$ を計算する第 1 の計算部、

前記第 1 の記憶部に記憶されたベクトル x と、前記第 2 の計算部に記憶されたスカラー値 w とから、スカラー値 $w' = A(x) / \rho(x)$ を計算する第 2 の計算部、

前記第 1 の計算部により計算されたベクトル x' を前記第 1 の記憶部に記憶させて更新し、前記第 2 の計算部により計算されたスカラー値 w' を前記第 2 の記憶部に記憶される値に加算してこれを更新する更新部、および、

前記更新部による更新回数が c ($c \geq 1$)回となった場合、前記第 2 の記憶部に記憶されたスカラー値 w から、スカラー値 $s=w/(c+1)$ を計算して、当該スカラー値 s を多重積分の結果として出力する出力部、

として機能させることを特徴とする情報記録媒体。

【請求項 2 2】

前記第 2 の記憶部に最初に記憶されるスカラー値は、前記第 1 の記憶部に最初に記憶される m 次元のベクトルに関数 A を適用したものを、前記第 1 の記憶部に最初に記憶される m 次元のベクトルに密度関数 ρ を適用したもので除算した結果である

ことを特徴とする請求項 2 1 に記載の情報記録媒体。

【請求項 2 3】

前記第 2 の記憶部に最初に記憶されるスカラー値は 0 であり、

前記出力部は、前記スカラー値 s にかえて、スカラー値 $s'=w/c$ を計算して、当該スカラー値 s' を多重積分の結果として出力する

ことを特徴とする請求項 2 1 に記載の情報記録媒体。

【請求項 2 4】

前記プログラムは、前記コンピュータを、

前記ベクトル写像 f として複数のベクトル写像 g_1, g_2, \dots, g_k ($k \geq 2$)を用意し、そのそれぞれについて、前記更新回数 c を変化させて前記出力部が順次出力するスカラー値の収束速度を取得する収束速度取得部、

前記収束速度取得部により取得された収束速度が最も速いベクトル写像 g_h ($1 \leq h \leq k$)を選択する選択部、および、

前記ベクトル写像 f として前記ベクトル写像 g_h を用いて、前記更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いて前記出力部にスカラー値を出力させる出力制御部、

としてさらに機能させることを特徴とする請求項 2 1 から 2 3 のいずれか 1 項

に記載の情報記録媒体。

【請求項 2 5】

前記ベクトル写像 f を所定の m 次元のベクトル $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ に 0 回以上適用して得られるベクトル列

$$u, f(u), f(f(u)), f(f(f(u))), \dots$$

の極限分布の多次元密度関数 ρ は、性質

$$\begin{aligned} \rho(u) &= \prod_{i=1}^m \rho_i(u_i); \\ \rho_i(u_i) &\sim c_{-i} |u_i|^{-(1+a)} \quad \text{for } u_i \rightarrow -\infty; \\ \rho_i(u_i) &\sim c_{+i} |u_i|^{-(1+a)} \quad \text{for } u_i \rightarrow +\infty; \\ (a > 0, 1 \leq i \leq m, c_{-i} > 0, c_{+i} > 0) \end{aligned}$$

を満たす

ことを特徴とする請求項 2 1 から 2 3 のいずれか 1 項に記載の情報記録媒体。

【請求項 2 6】

前記ベクトル写像 f は、 $1 \leq i \leq m$ について定義される関数

$$f_i(t) = g_i(d_i t)/d_i \quad (d_i > 0)$$

により

$$f(u) = (f_1(u_1), f_2(u_2), \dots, f_m(u_m))$$

と定義され、写像 g_i は、以下の写像 ϕ_j ($1 \leq j \leq 8$) のいずれかと自然数 n_i ($n_i \geq 2$) とにより、

$$\begin{aligned} g_i(\phi_j(\theta)) &= \phi_j(n_i \theta); \\ \phi_1(\theta) &= -\text{sgn}(\tan \theta) / |\tan \theta|^{1/a}; \\ \phi_2(\theta) &= -\text{sgn}(\tan \theta) \times |\tan \theta|^{1/a}; \\ \phi_3(\theta) &= -\text{sgn}(\cos \theta) / |\tan \theta|^{1/a}; \\ \phi_4(\theta) &= -\text{sgn}(\cos \theta) \times |\tan \theta|^{1/a}; \\ \phi_5(\theta) &= \text{sgn}(\cos \theta) / |\tan \theta|^{1/a}; \\ \phi_6(\theta) &= \text{sgn}(\cos \theta) \times |\tan \theta|^{1/a}; \\ \phi_7(\theta) &= \text{sgn}(\sin \theta) / |\tan \theta|^{1/a}; \\ \phi_8(\theta) &= \text{sgn}(\sin \theta) \times |\tan \theta|^{1/a}; \\ \text{sgn}(t) &= 1 \quad \text{for } t > 0; \end{aligned}$$

$\text{sgn}(t) = 0 \quad \text{for } t=0;$

$\text{sgn}(t) = -1 \quad \text{for } t<0$

と定義される

ことを特徴とする請求項 2 5 に記載の情報記録媒体。

【請求項 2 7】

前記プログラムは、前記コンピュータを、

前記定数 a として複数の正数 q_1, q_2, \dots, q_k ($k \geq 2$)を用意して、そのそれぞれについて前記写像 f を定義し、前記更新回数 c を変化させて前記出力部が順次出力するスカラー値の収束速度を取得する収束速度取得部、

前記収束速度取得部により取得された収束速度が最も速い正数 q_h ($1 \leq h \leq k$)を選択する選択部、および、

前記定数 a として前記正数 q_h を用いて前記写像 f を定義し、前記更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いて前記出力部にスカラー値を出力させる出力制御部、

としてさらに機能させることを特徴とする請求項 2 5 または 2 6 に記載の情報記録媒体。

【請求項 2 8】

前記プログラムは、前記コンピュータを、

前記写像 g_i を前記写像 ϕ_j のいずれか複数を用いて定義し、そのそれぞれについて、前記更新回数 c を変化させて前記出力部が順次出力するスカラー値の収束速度を取得する収束速度取得部、

前記収束速度取得部により取得された収束速度が最も速い写像 ϕ_j を選択する選択部、および、

前記写像 g_i を前記選択部により選択された写像 ϕ_j を用いて定義し、前記更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いて前記出力部にスカラー値を出力させる出力制御部、

としてさらに機能させることを特徴とする請求項 2 6 に記載の情報記録媒体。

【請求項 2 9】

前記プログラムは、前記コンピュータを、

前記自然数 n_i として複数の自然数 p_1, p_2, \dots, p_k ($k \geq 2$)を用意して、そのそれぞれについて前記写像 g_i を定義し、前記更新回数 c を変化させて前記出力部が順次出力するスカラー値の収束速度を取得する収束速度取得部、

前記収束速度取得部により取得された収束速度が最も速い自然数 p_h ($1 \leq h \leq k$)を選択する選択部、および、

前記自然数 n_i として前記自然数 p_h を用いて前記自然数写像 g_i を定義し、前記更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いて前記出力部にスカラー値を出力させる出力制御部、

としてさらに機能させることを特徴とする請求項 2 6 に記載の情報記録媒体。

【請求項 3 0】

前記出力部は、前記更新部による更新が行われる度に、前記スカラー値 s を計算し、当該スカラー値 s と、前回の更新の際におけるこのスカラー値と、を比較して、これが所定の終了条件を満たす場合に、当該スカラー値 s を出力する

ことを特徴とする請求項 2 1 から 2 9 のいずれか 1 項に記載の情報記録媒体。

【請求項 3 1】

前記情報記録媒体は、コンパクトディスク、フロッピーディスク、ハードディスク、光磁気ディスク、デジタルビデオディスク、磁気テープ、または、半導体メモリである

ことを特徴とする請求項 2 1 から 3 0 のいずれか 1 項に記載の情報記録媒体。

【発明の詳細な説明】

【0 0 0 1】

【発明の属する技術分野】

本発明は、多重積分の計算装置、計算方法、および、情報記録媒体に関する。

特に、多次元の非有界領域上で定義される関数の積分の近似値を高速に計算する多重積分の計算装置、計算方法、および、これらを実現するプログラムを記録した情報記録媒体に関する。

【0 0 0 2】

【従来技術】

従来から、多次元の非有界領域上の多重積分を求める問題は、金融デリバティ

ブ計算のリスク評価計算や、CDMA (Code Division Multiple Access; 符号分割多重アクセス) などの多重通信の干渉ノイズの評価など、多岐に渡る分野で現れている。

【0003】

積分の領域が1次元や2次元の場合、これを数値積分するには、積分区間を細かいメッシュに分け、メッシュ内の被積分関数の値をある代表値で置き換え、メッシュの代表値の平均値を計算することにより、近似的な数値積分値を求めることができた。

【0004】

ところが、積分領域の次元が高くなると、メッシュの数が次元数 m に関し m 乗のオーダーで指数関数的に増える問題があった。この問題を「次元の呪 (curse of dimensionality)」と呼ぶ。

【0005】

この問題を解決する手法の一つとして、モンテカルロ計算による数値積分法が提案されている。モンテカルロ計算では、擬似乱数 (low-discrepancy sequences等の準乱数を含む。) を用いるが、この擬似乱数は、できるだけ一様に近い分布をすることが望ましい。

【0006】

しかしながら、積分領域が無限区間 $(-\infty, +\infty)$ などの非有界領域の場合には、有限区間上の一様乱数を当該非有界領域上へ線形変換して正規化することはできない。そこで、何らかの非線形変換をする必要がある。

【0007】

J. von NeumannとS. Ulamは、1947年に、一様乱数から任意の所望の密度関数に従う乱数を発生させる手法を発明し、核分裂における各中性子の軌跡のコンピュータによる模擬実験に成功した。この手法は、一般に「逆関数法」と呼ばれる。密度関数 ρ の積分関数を

$$\eta(X) = \int_C \rho(x) dx \quad (C = \{u \mid -\infty \leq u \leq X\})$$

とすると、一様乱数への変換に逆関数 $\eta^{-1}(X)$ を用いるからである。

【0008】

一方で、近年のカオス理論の発展により、有限区間上の非一様な分布を持つ乱数を得ることができることが判明しており、乱数発生における写像力学系の重要性はますます高まってきた。

【0 0 0 9】

このような乱数発生には、三角関数を含む楕円関数の加法定理から導かれる有理写像を漸化式に用いており、以下のような有利な性質があることがわかっている。

【0 0 1 0】

すなわち、出力される乱数列には、わずかな例外を除き、周期がないため、同じ列が繰り返し出力されることがない。

【0 0 1 1】

また、カオスの持つ初期値鋭敏性により、乱数の種（漸化式に与える初期値）をわずかに変えるだけで、得られる乱数列は全く違ったものになる。

【0 0 1 2】

さらに、乱数の分布を表す密度関数が既知の解析的関数である。

【0 0 1 3】

このような写像としては、ウラム＝フォン・ノイマン写像

$$f(x) = 4x(1-x)$$

キュービック写像

$$f(x) = x(3-4x)^2$$

クインティック写像

$$f(x) = x(5-20x+16x^2)^2$$

などが知られている。

【0 0 1 4】

これらの写像のいずれを選んだ場合であっても、適当な初期値 ξ ($0 < \xi < 1$) を与え、漸化式

$$x[0] = \xi ;$$

$$x[i+1] = f(x[i]) \quad (i \geq 0)$$

により乱数列 $x[0], x[1], x[2], \dots$ を得た場合、この乱数列 $x[i]$ ($i \geq 0$) の極限

分布を表す密度関数は、

$$\rho(x) = 1/(\pi(x(1-x))^{1/2})$$

となる。

【0 0 1 5】

これらの写像を用いた有界領域上の乱数を生成する手法と、そのモンテカルロ数値積分への応用については、本願の発明者らによる出願に係る特開平 1 0 - 2 8 3 3 4 4 号公報に開示されている。また、その理論的背景については以下の文献に開示されている。

S. M. Ulam and J. von Neumann, Bull. Math. Soc. 53 (1947) p1120.

R. L. Adler and T. J. Rivlin, Proc. Am. Math. Soc. 15 (1964) p794.

K. Umeno, Method of constructing exactly solvable chaos, Phys. Rev. E (1997) Vol.55, pp5280-5284.

【0 0 1 6】

【発明が解決しようとする課題】

しかしながら、上記のような従来の手法には、以下のような問題があった。

【0 0 1 7】

すなわち、非有界領域上におけるモンテカルロ数値積分法では、非有界領域上に既知の解析関数で与えられる密度関数に従って分布する乱数が必要である。従って一様乱数を得た後、必ず、非有界領域上に分布する乱数に変換をしなければならない。上述のJ. von Neumannの逆関数法により、所望の密度関数に分布する乱数を得るには、その密度関数の積分関数を求めてから、更にその積分関数の逆関数を求めなければならない。

【0 0 1 8】

しかしながら、そもそも密度関数の積分を解析的に求めるのが、ほとんどの場合不可能である。また、その密度関数の積分関数の逆関数を求める際に、数値計算に伴う近似と計算時間を考慮しなければならない。モンテカルロ計算では、乱数を大量に発生させる必要があるため、この手法で積分を求めることは難しい。

【0 0 1 9】

また、通常の株価からオプションの値を出すブラック・ショールズ方程式を解

く場合にも、非有界領域における数値積分が必要である。株価変動が正規分布（ガウス分布）に従うと仮定すれば、非有解領域上のガウス積分を用いて解を得ることができる。

【0020】

しかしながら、株価変動を実際に観測した結果、その分布の密度関数は、冪的な裾野を持つことがわかっている（R. N. Mantegna and H. E. Stanley, Nature, vol. 376, pp.46-49, 1995）。冪的な裾野を持つ密度関数の積分は、ガウス分布とは異なり、初等関数の形で書けない。このため、既存の一樣乱数を基礎とする非有界モンテカルロ計算法では、解を得ることが極めて難しい。

【0021】

この他、冪的な待ち時間分布を持つ通信トラフィック、CDMAにおける干渉雑音の評価にも、同様の問題が生じていた。

【0022】

したがって、非有界領域上の多重積分を効率良く高速に計算する計算手法に対する要望は極めて大きく、その実現は産業界から広く望まれている。

【0023】

本発明は、多次元の非有界領域上で定義される関数の積分の近似値を高速に計算するのに好適な、多重積分の計算装置、計算方法、および、これらを実現するプログラムを記録した情報記録媒体を提供することを目的とする。

【0024】

【課題を解決するための手段】

以上の目的を達成するため、本発明の原理にしたがって、下記の発明を開示する。

【0025】

本発明の第1の観点に係る多重積分の計算装置は、ベクトル写像 f を用いて、多次元被積分関数 A の多重積分を計算する。ここで、ベクトル写像 f は、実数の成分からなる m ($m \geq 1$)次元のベクトルを実数の成分からなる m 次元のベクトルに変換し、非有界領域のサポートを持ち、所定の m 次元のベクトル u に写像 f を繰り返し適用した結果の極限分布の多次元密度関数 ρ は解析的に得られる。

【0026】

図1は、本計算装置の概要構成を示す模式図である。以下、本図を参照して説明する。

【0027】

本計算装置101は、第1の記憶部111と、第2の記憶部112と、第1の計算部121と、第2の計算部122と、更新部131と、出力部141と、を備える。

【0028】

ここで、第1の記憶部111は、 m 次元のベクトル $x=(x_1, x_2, \dots, x_m)$ を記憶する。

【0029】

一方、第2の記憶部112は、スカラー値 w を記憶する。

【0030】

そして、第1の計算部121は、第1の記憶部111に記憶されたベクトル x に、ベクトル写像 f を適用した結果のベクトル $x'=f(x)=(x'_1, x'_2, \dots, x'_m)$ を計算する。

【0031】

さらに、第2の計算部122は、第1の記憶部111に記憶されたベクトル x と、第2の記憶部112に記憶されたスカラー値 w とから、スカラー値 $w'=A(x)/\rho(x)$ を計算する。

【0032】

一方、更新部131は、第1の計算部121により計算されたベクトル x' を第1の記憶部111に記憶させて更新し、第2の計算部122により計算されたスカラー値 w' を第2の記憶部112に記憶される値に加算して、これを更新する。

【0033】

そして、出力部141は、更新部131による更新回数が c ($c \geq 1$)回となった場合、第2の記憶部112に記憶されたスカラー値 w から、スカラー値 $s=w/(c+1)$ を計算して、当該スカラー値 s を多重積分の結果として出力する。

【0034】

本発明は、多次元の非有界領域Mについて、エルゴード性

$$\begin{aligned} & \int_M A(x) dx \\ &= \int_M (A(x)/\rho(x)) \cdot \rho(x) dx \\ &= (1/N) \cdot \sum_{j=1}^N A(X[j]) \quad (N \rightarrow \infty); \\ & X[j+1] = f(X[j]) \quad (j \geq 0); \\ & X[0] \text{ は適当な } m \text{ 次元ベクトル} \end{aligned}$$

が成立することによる。

【0035】

この場合、計算誤差は、最悪時であっても、次元数mに依存せず $(1/N)^{1/2}$ のオーダーである。また、発明者による最近の研究成果 (K. Umeno 「Chaotic Monte Carlo Computation: a Dynamical Effect of Random-Number Generations」 to appear in Japanese Journal of Applied Physics, March 2000) より、Super-efficiencyと呼ばれる条件を満たす場合は、次元数mに依存せず $1/N$ のオーダーとなることが判明している。したがって、高速な積分計算が可能である。

【0036】

また、本発明の計算装置は、第2の記憶部に最初に記憶されるスカラー値は、第1の記憶部に最初に記憶されるm次元のベクトルに関数Aを適用したものを、第1の記憶部に最初に記憶されるm次元のベクトルに密度関数 ρ を適用したもので除算した結果であるように構成することができる。

【0037】

また、本発明の計算装置において、第2の記憶部に最初に記憶されるスカラー値は0であり、出力部は、スカラー値sにかえて、スカラー値 $s' = w/c$ を計算して、当該スカラー値 s' を多重積分の結果として出力するように構成することができる。

【0038】

また、本発明の計算装置は、収束速度取得部と、選択部と、出力制御部と、をさらに備えるように構成することができる。

【0039】

ここで、収束速度取得部は、ベクトル写像fとして複数のベクトル写像 $g_1, g_2,$

..., g_k ($k \geq 2$)を用意し、そのそれぞれについて、更新回数 c を変化させて出力部が順次出力するスカラー値の収束速度を取得する。

【0 0 4 0】

一方、選択部は、収束速度取得部により取得された収束速度が最も速いベクトル写像 g_h ($1 \leq h \leq k$)を選択する。

【0 0 4 1】

さらに、出力制御部は、ベクトル写像 f としてベクトル写像 g_h を用いて、更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いて出力部にスカラー値を出力させる。

【0 0 4 2】

また、本発明の計算装置において、ベクトル写像 f を所定の m 次元のベクトル $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ に0回以上適用して得られるベクトル列

$u, f(u), f(f(u)), f(f(f(u))), \dots$

の極限分布の多次元密度関数 ρ は、性質

$$\begin{aligned} \rho(u) &= \prod_{i=1}^m \rho_i(u_i); \\ \rho_i(u_i) &\sim c_{-i} |u_i|^{-(1+a)} \quad \text{for } u_i \rightarrow -\infty; \\ \rho_i(u_i) &\sim c_{+i} |u_i|^{-(1+a)} \quad \text{for } u_i \rightarrow +\infty; \\ (a > 0, 1 \leq i \leq m, c_{-i} > 0, c_{+i} > 0) \end{aligned}$$

を満たすように構成することができる。

【0 0 4 3】

また、本発明の計算装置において、ベクトル写像 f は、 $1 \leq i \leq m$ について定義される関数

$$f_i(t) = g_i(d_i t)/d_i \quad (d_i > 0)$$

により

$$f(u) = (f_1(u_1), f_2(u_2), \dots, f_m(u_m))$$

と定義され、写像 g_j は、以下の写像 ϕ_j ($1 \leq j \leq 8$)のいずれかと自然数 n_j ($n_j \geq 2$)とにより、

$$\begin{aligned} g_i(\phi_j(\theta)) &= \phi_j(n_i \theta); \\ \phi_1(\theta) &= -\text{sgn}(\tan \theta) / |\tan \theta|^{1/a}; \\ \phi_2(\theta) &= -\text{sgn}(\tan \theta) \times |\tan \theta|^{1/a}; \end{aligned}$$

$$\phi_3(\theta) = -\text{sgn}(\cos \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_4(\theta) = -\text{sgn}(\cos \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_5(\theta) = \text{sgn}(\cos \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_6(\theta) = \text{sgn}(\cos \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_7(\theta) = \text{sgn}(\sin \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_8(\theta) = \text{sgn}(\sin \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\text{sgn}(t) = 1 \quad \text{for } t > 0;$$

$$\text{sgn}(t) = 0 \quad \text{for } t = 0;$$

$$\text{sgn}(t) = -1 \quad \text{for } t < 0$$

と定義されるように構成することができる。

【0044】

また、本発明の計算装置は、収束速度取得部と、選択部と、出力制御部と、を備えるように構成することができる。

【0045】

ここで、収束速度取得部は、定数 a として複数の正数 q_1, q_2, \dots, q_k ($k \geq 2$)を用意して、そのそれぞれについて写像 f を定義し、更新回数 c を変化させて出力部が順次出力するスカラー値の収束速度を取得する。

【0046】

一方、選択部は、収束速度取得部により取得された収束速度が最も速い正数 q_h ($1 \leq h \leq k$)を選択する。

【0047】

さらに、出力制御部は、定数 a として正数 q_h を用いて写像 f を定義し、更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いて出力部にスカラー値を出力させる。

【0048】

また、本発明の計算装置は、収束速度取得部と、選択部と、出力制御部と、を備えるように構成することができる。

【0049】

ここで、収束速度取得部は、写像 g_i を写像 ϕ_j のいずれか複数を用いて定義し、そのそれぞれについて、更新回数 c を変化させて出力部が順次出力するスカラー

一値の収束速度を取得する。

【0 0 5 0】

一方、選択部は、収束速度取得部により取得された収束速度が最も速い写像 ϕ_j を選択する。

【0 0 5 1】

さらに、出力制御部は、写像 g_i を選択部により選択された写像 ϕ_j を用いて定義し、更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$) を用いて出力部にスカラー値を出力させる。

【0 0 5 2】

また、本発明の計算装置は、収束速度取得部と、選択部と、出力制御部と、を備えるように構成することができる。

【0 0 5 3】

ここで、収束速度取得部は、自然数 n_i として複数の自然数 p_1, p_2, \dots, p_k ($k \geq 2$) を用意して、そのそれぞれについて写像 g_i を定義し、更新回数 c を変化させて出力部が順次出力するスカラー値の収束速度を取得する。

【0 0 5 4】

一方、選択部は、収束速度取得部により取得された収束速度が最も速い自然数 p_h ($1 \leq h \leq k$) を選択する。

【0 0 5 5】

さらに、出力制御部は、自然数 n_i として自然数 p_h を用いて自然数写像 g_i を定義し、更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$) を用いて出力部にスカラー値を出力させる。

【0 0 5 6】

また、本発明の計算装置の出力部は、更新部による更新が行われる度に、スカラー値 s を計算し、当該スカラー値 s と、前回の更新の際におけるこのスカラー値と、を比較して、これが所定の終了条件を満たす場合に、当該スカラー値 s を出力するように構成することができる。

【0 0 5 7】

本発明の第 1 の観点に係る多重積分の計算方法は、ベクトル写像 f と、 m 次元の

ベクトル $x=(x_1, x_2, \dots, x_m)$ を記憶する第1の記憶部と、スカラー値 w を記憶する第2の記憶部と、を用いて、多次元被積分関数 A の多重積分を計算する。

【0058】

ここで、ベクトル写像 f は、実数の成分からなる m ($m \geq 1$)次元のベクトルを実数の成分からなる m 次元のベクトルに変換し、非有界領域のサポートを持ち、所定の m 次元のベクトル u に写像 f を繰り返し適用した結果の極限分布の多次元密度関数 ρ は解析的に得られる。

【0059】

本計算方法は、第1の計算工程と、第2の計算工程と、更新工程と、出力工程と、を備えるように構成する。

【0060】

ここで、第1の計算工程では、第1の記憶部に記憶されたベクトル x に、ベクトル写像 f を適用した結果のベクトル $x'=f(x)=(x'_1, x'_2, \dots, x'_m)$ を計算する。

【0061】

一方、第2の計算工程では、第1の記憶部に記憶されたベクトル x と、第2の記憶部に記憶されたスカラー値 w とから、スカラー値 $w'=A(x)/\rho(x)$ を計算する。

【0062】

さらに、更新工程では、第1の計算工程にて計算されたベクトル x' を第1の記憶部に記憶させて更新し、第2の計算工程にて計算されたスカラー値 w' を第2の記憶部に記憶される値に加算してこれを更新する。

【0063】

そして、出力工程では、更新工程による更新回数が c ($c \geq 1$)回となった場合、第2の記憶部に記憶されたスカラー値 w から、スカラー値 $s=w/(c+1)$ を計算して、当該スカラー値 s を多重積分の結果として出力する。

【0064】

また、本発明の計算方法において、第2の記憶部に最初に記憶されるスカラー値は、第1の記憶部に最初に記憶される m 次元のベクトルに関数 A を適用したものを、第1の記憶部に最初に記憶される m 次元のベクトルに密度関数 ρ を適用したもので除算した結果であるように構成することができる。

【0065】

また、本発明の計算方法において、第2の記憶部に最初に記憶されるスカラー値は0であり、出力工程は、スカラー値sにかえて、スカラー値s' = w/cを計算して、当該スカラー値s'を多重積分の結果として出力するように構成することができる。

【0066】

また、本発明の計算方法は、収束速度取得工程と、選択工程とをさらに備えるように構成することができる。

【0067】

ここで、収束速度取得工程では、ベクトル写像fとして複数のベクトル写像 g_1, g_2, \dots, g_k ($k \geq 2$)を用意し、そのそれぞれについて、更新回数cを変化させて出力工程にて順次出力されるスカラー値の収束速度を取得する。

【0068】

一方、選択工程では、収束速度取得工程にて取得された収束速度が最も速いベクトル写像 g_h ($1 \leq h \leq k$)を選択する。

【0069】

また、ベクトル写像fとしてベクトル写像 g_h を用いる。

【0070】

さらに、出力工程では、更新回数cにかえて更新回数c' ($c' > c$)を用いてスカラー値を出力する。

【0071】

また、本発明の計算方法において、ベクトル写像fを所定のm次元のベクトル $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ に0回以上適用して得られるベクトル列

$$u, f(u), f(f(u)), f(f(f(u))), \dots$$

の極限分布の多次元密度関数 ρ は、性質

$$\begin{aligned} \rho(u) &= \prod_{i=1}^m \rho_i(u_i); \\ \rho_i(u_i) &\sim c_{-i} |u_i|^{-(1+a)} \quad \text{for } u_i \rightarrow -\infty; \\ \rho_i(u_i) &\sim c_{+i} |u_i|^{-(1+a)} \quad \text{for } u_i \rightarrow +\infty; \\ (a > 0, 1 \leq i \leq m, c_{-i} > 0, c_{+i} > 0) \end{aligned}$$

を満たすように構成することができる。

【0072】

また、本発明の計算方法において、ベクトル写像 f は、 $1 \leq i \leq m$ について定義される関数

$$f_i(t) = g_i(d_i t)/d_i \quad (d_i > 0)$$

により

$$f(u) = (f_1(u_1), f_2(u_2), \dots, f_m(u_m))$$

と定義され、写像 g_i は、以下の写像 ϕ_j ($1 \leq j \leq 8$) のいずれかと自然数 n_i ($n_i \geq 2$) とにより、

$$g_i(\phi_j(\theta)) = \phi_j(n_i \theta);$$

$$\phi_1(\theta) = -\text{sgn}(\tan \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_2(\theta) = -\text{sgn}(\tan \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_3(\theta) = -\text{sgn}(\cos \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_4(\theta) = -\text{sgn}(\cos \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_5(\theta) = \text{sgn}(\cos \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_6(\theta) = \text{sgn}(\cos \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_7(\theta) = \text{sgn}(\sin \theta) / |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\phi_8(\theta) = \text{sgn}(\sin \theta) \times |\tan \theta|^{1/a};$$

$$\text{sgn}(t) = 1 \quad \text{for } t > 0;$$

$$\text{sgn}(t) = 0 \quad \text{for } t = 0;$$

$$\text{sgn}(t) = -1 \quad \text{for } t < 0$$

と定義されるように構成することができる。

【0073】

また、本発明の計算方法は、収束速度取得工程と、選択工程と、出力制御工程と、をさらに備えるように構成することができる。

【0074】

ここで、収束速度取得工程では、定数 a として複数の正数 q_1, q_2, \dots, q_k ($k \geq 2$) を用意して、そのそれぞれについて写像 f を定義し、更新回数 c を変化させて出力工程にて順次出力されるスカラー値の収束速度を取得する。

【0075】

一方、選択工程では、収束速度取得工程にて取得された収束速度が最も速い正数 q_h ($1 \leq h \leq k$)を選択する。

【0076】

さらに、出力制御工程では、定数 a として正数 q_h を用いて写像 f を定義し、更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用い、出力工程によりスカラー値を出力させる。

【0077】

また、本発明の計算方法は、収束速度取得工程と、選択工程と、出力制御工程と、をさらに備えるように構成することができる。

【0078】

ここで、収束速度取得工程では、写像 g_i を写像 ϕ_j のいずれか複数を用いて定義し、そのそれぞれについて、更新回数 c を変化させて出力工程にて順次出力されるスカラー値の収束速度を取得する。

【0079】

一方、選択工程では、収束速度取得工程にて取得された収束速度が最も速い写像 ϕ_j を選択する。

【0080】

さらに、出力制御工程では、写像 g_i を選択工程にて選択された写像 ϕ_j を用いて定義し、更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いて出力工程によりスカラー値を出力させる。

【0081】

また、本発明の計算方法は、収束速度取得工程と、選択工程と、出力制御工程と、をさらに備えるように構成することができる。

【0082】

ここで、収束速度取得工程では、自然数 n_i として複数の自然数 p_1, p_2, \dots, p_k ($k \geq 2$)を用意して、そのそれぞれについて写像 g_i を定義し、更新回数 c を変化させて出力工程にて順次出力されるスカラー値の収束速度を取得する。

【0083】

一方、選択工程では、収束速度取得工程にて取得された収束速度が最も速い自然数 p_h ($1 \leq h \leq k$)を選択する。

【0084】

さらに、出力制御工程では、自然数 n_i として自然数 p_h を用いて自然数写像 g_i を定義し、更新回数 c にかえて更新回数 c' ($c' > c$)を用いて出力工程によりスカラー値を出力させる。

【0085】

また、本発明の計算方法において、出力工程は、更新工程による更新が行われる度に、スカラー値 s を計算し、当該スカラー値 s と、前回の更新の際におけるこのスカラー値と、を比較して、これが所定の終了条件を満たす場合に、当該スカラー値 s を出力するように構成することができる。

【0086】

本発明の多重積分の計算装置と、計算方法とを実現するプログラムをコンパクトディスク、フロッピーディスク、ハードディスク、光磁気ディスク、デジタルビデオディスク、磁気テープ、半導体メモリなどの情報記録媒体に記録することができる。

【0087】

本発明の情報記録媒体に記録されたプログラムを、記憶装置、計算装置、出力装置などを備える情報処理装置、たとえば汎用コンピュータ、ゲーム装置、携帯情報端末、移動体電話で実行することにより、上記の多重積分の計算装置と、計算方法とを実現することができる。

【0088】

また、情報処理装置とは独立して、本発明のプログラムを記録した情報記録媒体を配布、販売することができる。

【0089】

【発明の実施の形態】

以下に本発明の実施例を説明する。なお、以下に説明する実施例は説明のためのものであり、本願発明の範囲を制限するものではない。したがって、当業者であればこれらの各要素もしくは全要素をこれと均等なものに置換した実施形態を

採用することが可能であり、これらの実施形態も本願発明の範囲に含まれる。

【0090】

(第1の実施形態)

図2は、本発明の多重積分の計算装置を、汎用コンピュータなどの情報処理装置において実現する際の、当該情報処理装置の概要構成を示す模式図である。以下、本図を参照して説明する。

【0091】

情報処理装置301は、CPU (Central Processing Unit; 中央処理ユニット) 302により制御される。RAM (Random Access Memory; ランダム・アクセス・メモリ) などの主記憶装置303には、一時的なデータなどが記憶される。ハードディスク、フロッピーディスク、CD-ROM (Compact Disk Read Only Memory)、磁気テープ、光磁気ディスクなどの外部記憶装置304には、CPU 302が実行するプログラムが記憶される。

【0092】

情報処理装置301に電源が投入されると、CPU 302は、まず、ROM (Read Only Memory; 読出専用メモリ) 308に記憶されている初期プログラムローダ (Initial Program Loader; IPL) と呼ばれるプログラムを実行する。しかる後に外部記憶装置304などからオペレーティングシステムのプログラムやアプリケーションのプログラムなどを主記憶装置303にロードして実行する。

【0093】

実行した結果は、外部記憶装置304にファイルとして記憶したり、CRT (Cathode Ray Tube) や液晶ディスプレイなどの表示装置305に表示することができる。情報処理装置301のユーザは、マウスやキーボードなどの入力装置306を用いて情報処理装置301に対する指示を与える。

【0094】

ここで、主記憶装置303は、第1の記憶部および第2の記憶部として機能する。

【0095】

一方、CPU 302が備えるALU (Arithmetic Logic Unit; 演算論理ユニット) や、数値演算コプロセッサ (図示せず) は、第1の計算部および第2の計算部として機能する。

【0096】

さらに、CPU 302は、主記憶装置303と共働して更新部、および、出力部として機能する。

【0097】

また、外部記憶装置304は、本発明のプログラムを記録する情報記録媒体として機能する。

【0098】

なお、これらの機能は、下記のように数値演算とメモリの更新により実現されるので、汎用コンピュータなどの情報処理装置を用いるのではなく、専用の電子回路を用いて構成することも容易であり、このような実施形態も本発明の範囲に含まれる。

【0099】

(計算処理の流れ)

図3は、本発明の計算装置において行われる処理の手順、すなわち、本発明の計算方法の手順の第1の実施例の流れを示すフローチャートである。以下、本図を参照して説明する。

【0100】

主記憶装置303 (典型的にはRAM) 内には、 m 次元ベクトル変数 x 領域 (第1の記憶部)、スカラー変数 w 領域 (第2の記憶部)、一時的な記憶領域として用いるための m 次元ベクトル変数 x' 領域とスカラー変数 w' 領域、更新回数 c 領域、および、積分の結果変数 s 領域があらかじめ確保される。以下、これらの領域をそれぞれ、変数 x 、変数 w 、変数 x' 、変数 w' 、変数 c 、変数 s と略記し、これらにその時に記憶されている値を、それぞれ、 x 、 w 、 x' 、 w' 、 c 、 s のように略記する。

【0101】

また、非有界領域 $M = (-\infty, +\infty) \times \cdots \times (-\infty, +\infty)$ に対して積分を行うべき多次元関数を A とし、後述する条件を満たすベクトルカオス写像を f 、これを繰り返し

適用したその極限分布の密度関数を ρ とする。

【0 1 0 2】

まず、CPU 3 0 2 は、変数 c に値 0 を記憶させる（ステップ S 3 0 1）。

【0 1 0 3】

次に、CPU 3 0 2 は、変数 x に、適当な m 次元の初期ベクトルを記憶させる（ステップ S 3 0 2）。

【0 1 0 4】

そして、CPU 3 0 2 は、スカラー値 $A(x)/\rho(x)$ を計算し、この結果を変数 w に記憶させる（ステップ S 3 0 3）。

【0 1 0 5】

ついで、CPU 3 0 2 は、ベクトル値 $f(x)$ を計算し、この結果を変数 x' に記憶させる（ステップ S 3 0 4）。

【0 1 0 6】

さらに、CPU 3 0 2 は、スカラー値 $A(x)/\rho(x)$ を計算し、この結果を変数 w' に記憶させる（ステップ S 3 0 5）。

【0 1 0 7】

次に、CPU 3 0 2 は、変数 x に x' を記憶させて、変数 x を更新する（ステップ S 3 0 6）。

【0 1 0 8】

そして、CPU 3 0 2 は、変数 w に w' を加算して、変数 w を更新する（ステップ S 3 0 7）。

【0 1 0 9】

さらに、CPU 3 0 2 は、変数 c に 1 を加算して、変数 c を更新する（ステップ S 3 0 8）。

【0 1 1 0】

この後、CPU 3 0 2 は、 c が所定の繰り返し回数 C を超えたか否かを判断する（ステップ S 3 0 9）。まだ超えていない場合（ステップ S 3 0 9 ; No）、ステップ S 3 0 4 に戻る。

【0 1 1 1】

一方、cが所定の繰り返し回数Cを超えた場合（ステップS 3 0 9 ; Y e s）、スカラー値 $w/(c+1)$ を計算して、この結果を変数sに記憶させて（ステップS 3 1 0）、本処理を終了する。sが積分計算の結果である。

【0 1 1 2】

（ベクトル写像の例）

本実施形態にて用いるベクトル写像fは、m次元ベクトル $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ と写像 f_1, f_2, \dots, f_m を用いて、

$$f(u) = (f_1(u_1), f_2(u_2), \dots, f_m(u_m))$$

のように定義できる。

【0 1 1 3】

図4は、ベクトル写像fを定義する写像 f_i ($1 \leq i \leq m$)の例の様子を表すグラフである。以下、本図を参照して説明する。

【0 1 1 4】

各写像 f_i はカオス写像と呼ばれるものであり、上記のように、正接関数のn ($n \geq 2$)倍角の公式から得ることができる。これらの数学的背景や証明については、発明者による以下の論文に開示されている。

Ken Umeno, Superposition of chaotic processes with convergence to Levy's stable law, Physical Review E, vol. 58 No. 2. The American Physical Society, Aug. 1998.

【0 1 1 5】

図中の $F2(x)$ は、パラメータとして $n=2$, $d=1$, $a=1$ を用い、 ϕ_6 を用いた場合の写像 f_i の様子である。

【0 1 1 6】

図中の $F2^*(x)$ は、パラメータとして $n=2$, $d=1$, $a=1$ を用い、 ϕ_5 を用いた場合の写像 f_i の様子である。

【0 1 1 7】

図中の $F3(x)$ は、パラメータとして $n=3$, $d=1$, $a=1$ を用い、 ϕ_6 を用いた場合の写像 f_i の様子である。

【0 1 1 8】

図中の $F3^*(x)$ は、パラメータとして $n=3$, $d=1$, $a=1$ を用い、 ϕ_5 を用いた場合の写像 f_i の様子である。

【0 1 1 9】

これらの関数は、以下のように陽に表現することができる。

$$F2(x) = 2|x|/(1-x^2)$$

$$F2^*(x) = 1/2(|x|-1/|x|)$$

$$F3(x) = x|x^2-3|/(1-3x^2)$$

$$F3^*(x) = -x(x^2-3)/|(1-3x^2)|$$

【0 1 2 0】

図5は、写像 f_i を繰り返し適用して得られるスカラー列

$$t, f_i(t), f_i(f_i(t)), f_i(f_i(f_i(t))), \dots$$

の極限分布の密度関数を図示したものである。以下、本図を参照して説明する。

【0 1 2 1】

本図では、 $d=1$ と固定し、 a を種々変化させた場合の密度関数を描いている。この密度関数は、上記の文献にも示される通り、

$$\rho(x) = ad^a|x|^{a-1}/(\pi(1+d^{2a}|x|^{2a}))$$

のように、解析的に得ることができる。

【0 1 2 2】

本図からは、いずれの n 、 ϕ_j を採用した場合も、 a を変化させると、密度関数 ρ の形状が激しく変化することがわかる。

【0 1 2 3】

(実験結果1)

図6は、以下のように定義される2種類の1次元被積分関数(スカラー写像) $A(\cdot)$, $A'(\cdot)$ を、無限区間 $(-\infty, +\infty)$ 上で、種々のカオス写像 f_1 を用いて数値積分した場合の計算誤差の自乗平均(mean square deviation)を、計算ステップ数 $N = c+1$ (c は更新回数)に対してプロットしたグラフである。

$$A(x) = -4x^2 \operatorname{sgn}(x)/(\pi(1+x^2)^{5/2});$$

$$A'(x) = -4|x| \operatorname{sgn}(x)/(\pi(1+x^2)^{5/2})$$

【0 1 2 4】

これらに対して、上記 $F3(x)$ および上記 $F3^*(x)$ を使用し、各ステップ数 N に対して独立試行を 1 0 0 0 回行って誤差を求め、その平均をとった。

【0 1 2 5】

なお、上記 $A(\cdot)$ 、 $A'(\cdot)$ を無限区間 $(-\infty, +\infty)$ 上で積分すると、いずれもその結果は 0 となることが解析的にわかっているため、上記数値積分の結果がそのまま計算誤差に相当することとなる。

【0 1 2 6】

被積分関数 $A(\cdot)\rho(\cdot)$ の積分に対して $F3(x)$ を、被積分関数 $A'(\cdot)\rho(\cdot)$ の積分に対して $F3^*(x)$ を、それぞれ用いた場合の誤差の自乗分散は、ステップ数 N に対して、 $1/N^2$ のオーダーで急激に減少していく。

【0 1 2 7】

一方、被積分関数 $A(\cdot)\rho(\cdot)$ の積分に対して $F3^*(x)$ を、被積分関数 $A'(\cdot)\rho(\cdot)$ の積分に対して $F3(x)$ を、それぞれ用いた場合の誤差の自乗分散は、ステップ数 N に対して、 $1/N$ のオーダーで、これよりもゆるやかに減少していく。

【0 1 2 8】

したがって、乱数発生に用いるカオス写像を種々用意し、その中から適切なものを選択すれば、通常のモンテカルロ計算に比べて、計算誤差の収束がより高速であることがわかる。

【0 1 2 9】

(実験結果 2)

図 7 は、以下のように定義される 2 次元関数 $A(\cdot, \cdot)$ を、2 次元の非有界領域 $M = (-\infty, +\infty) \times (-\infty, +\infty)$ 上で、本発明の手法により数値積分した場合の計算誤差の自乗平均を、計算ステップ N に対してプロットしたグラフである。

$$\begin{aligned} A(x, y) &= ((1-x^2)/(1+x^2)) ((1-3y^2)/(1+y^2))^{3/2} \operatorname{sgn}(y) \\ &\quad - \operatorname{sgn}(x) (1+x^2)^{1/2} |y| \operatorname{sgn}(y) (1+y^2)^{1/2} \end{aligned}$$

【0 1 3 0】

写像 f_1 としては、上記の $F2(x)$ と $F3(x)$ を、写像 f_2 としては、上記の $F2(x)$ と $F3(x)$ を、それぞれ使用した 4 通りの場合について、それぞれ実験結果を図示してあ

る。なお、上記実験と同様、各ステップ数 N に対して独立試行を1000回行って誤差を求め、その平均をとった。

【0 1 3 1】

積分 $\int_M A(x,y) dx dy = 0$ が成立することが解析的にわかっているため、上記の場合と同様、数値積分の結果がそのまま計算誤差として得られることになる。

【0 1 3 2】

本図からは、4種類の組み合わせの内、写像 f_1 として $F_2(x)$ を、写像 f_2 として $F_3(x)$ を選択した場合に、誤算の自乗分散はステップ数 N に対してオーダー $1/N^2$ で高速に減少していく。これ以外の組み合わせの場合は、オーダー $1/N$ でゆるやかに減少していく。

【0 1 3 3】

この実験結果からも、乱数発生に用いるカオス写像を種々用意し、その中から適切なものを選択すれば、通常のモンテカルロ計算に比べて、計算誤差の収束がより高速であることがわかる。

【0 1 3 4】

なお、本実施形態での上記のカオス写像 f の定義にかえて、

$$\begin{aligned} f(u) = & (f_1(u_1, u_2, \dots, u_m), \\ & f_2(u_1, u_2, \dots, u_m), \\ & f_m(u_1, u_2, \dots, u_m)); \\ u = & (u_1, u_2, \dots, u_m) \end{aligned}$$

のような定義を用いることもできる。この場合であっても、 f を所定のベクトルに繰り返し適用した結果のベクトル列の極限分布の確率密度が、上記の ρ の条件を満たすようになっていれば、本発明に適用することができる。

【0 1 3 5】

また、各 f_i として、上記のウラム＝フォン・ノイマン写像、キュービック写像、クインティック写像のほか、チェビシェフ写像や一般化チェビシェフ写像を用いることもできる。

【0 1 3 6】

(第2の実施形態)

図 8 は、本発明の計算装置において行われる処理の手順、すなわち、本発明の計算方法の手順の第 2 の実施形態の流れを示すフローチャートである。以下、本図を参照して説明する。なお、各変数や写像、関数等は、上記実施形態と同様である。

【0 1 3 7】

まず、CPU 302 は、変数 c に値 0 を記憶させる（ステップ S 8 0 1）。

【0 1 3 8】

次に、CPU 302 は、変数 x に、適当な m 次元の初期ベクトルを記憶させる（ステップ S 8 0 2）。

【0 1 3 9】

そして、CPU 302 は、変数 w に 0 を記憶させる（ステップ S 8 0 3）。

【0 1 4 0】

さらに、CPU 302 は、変数 x の値を用いてスカラー値 $A(x)/\rho(x)$ を計算し、この結果を変数 w に加算して、変数 w を更新する（ステップ S 8 0 4）。

【0 1 4 1】

さらに、CPU 302 は、変数 c に 1 を加算して、変数 c を更新する（ステップ S 8 0 5）。

【0 1 4 2】

この後、CPU 302 は、 c が所定の繰り返し回数 C を超えたか否かを判断する（ステップ S 8 0 6）。

【0 1 4 3】

まだ超えていない場合（ステップ S 8 0 6 ; N o）、CPU 302 は、変数 x と、ベクトル写像 f とを用いて、 m 次元ベクトル値 $f(x)$ を計算し、この結果を変数 x に記憶して変数 x を更新して（ステップ S 8 0 7）、ステップ S 8 0 4 に戻る。

【0 1 4 4】

一方、 c が所定の繰り返し回数 C を超えた場合（ステップ S 8 0 6 ; Y e s）、スカラー値 w/c を計算して、この結果を変数 s に記憶させて（ステップ S 8 0 9）、本処理を終了する。 s が積分計算の結果である。

【0 1 4 5】

本実施形態では、上記実施形態に比べ、変数を記憶するために必要な領域がより少ない。

【0 1 4 6】

(第 3 の実施形態)

上記のように、カオス写像 f が Super-efficiency という性質を満たせば、特に高速にモンテカルロ積分計算が収束する。しかしながら、積分関数 A によっては、Super-efficiency が満たされるように、ベクトル写像 f を選択することが難しい場合がある。本実施形態は、これを自動的に選択するものである。

【0 1 4 7】

図 9 は、このようなベクトル写像 f を選択する選択手順の流れを示すフローチャートである。

【0 1 4 8】

まず、数値積分に用いる際の候補となるベクトル写像を複数用意する（ステップ S 9 0 1）。たとえば、ベクトル写像 f の各成分の計算に用いる写像として、上記の F_2 、 F_2^* 、 F_3 、 F_3^* のように、各種のパラメータを変更したものを用意する。

【0 1 4 9】

次に、候補のベクトル写像のそれぞれについて、上記の多重積分計算方法を、所定の更新回数（繰り返し回数） c_1 回と、 c_2 ($c_1 < c_2$) 回とで、適用し、積分の近似値を得る（ステップ S 9 0 2）。各候補の収束がどの程度かを見積もるためである。

【0 1 5 0】

次に、得られた複数の数値積分の値を比較して、最も収束の速いベクトル写像を選択する（ステップ S 9 0 3）。収束の速さは、たとえば、以下のように判定すればよい。

【0 1 5 1】

それぞれのベクトル写像について、 c_1 回の繰り返しにより数値積分の値と、 c_2 回の繰り返しにより数値積分の値との差を求める。次に、この差の絶対値が最も

小さいベクトル写像を選択する。これが最も小さい、ということは、それだけ収束が速いことに相当するからである。

【0 1 5 2】

このほか、 c_2 回の計算を省略して、得られた複数の数値積分の値の平均をとり、その平均に最も近い値を出力したベクトル写像を選択してもよい。

【0 1 5 3】

最後に、当該ベクトル写像を用いて、 C ($c_2 < C$)回の更新回数で上記の多重積分計算を行い、数値積分の結果を得る（ステップ S 9 0 4）。

【0 1 5 4】

本実施形態により、収束が高速なSuper-efficiency性を満たすベクトル写像がわからない場合であっても、自動的に収束が高速なベクトル写像を選んで、高速に数値積分を行うことができる。

【0 1 5 5】

（第 4 の実施形態）

モンテカルロ計算では、乱数の個数（繰り返しの回数、本発明における更新回数）を定めて数値積分を行う場合が多いが、本実施形態では、誤差が所定の値よりも小さくなった場合に、繰り返しを終了する。

【0 1 5 6】

たとえば、上記第 2 の実施形態の繰り返し計算の各回（1 回目、2 回目、…）において、スカラー値 w/c を計算する。以下、この値を

$s_1, s_2, \dots, s_i, \dots$

のように表記する。

【0 1 5 7】

上記実施形態では、繰り返し回数が所定の更新回数 C を超えることをもって、計算の終了としていた。本実施形態では、所定の誤差率 ε と、最低繰り返し回数 L ($L \geq 2$) と、を定める。以下の終了条件を満たす場合、

$i \geq L$;

$|s_i - s_{i-1}| \leq \varepsilon |s_i|$

スカラー値 s_i を数値積分の結果として出力するのである。

【0 1 5 8】

図 1 0 は、本実施形態における数値積分の計算方法の手順を示すフローチャートである。各変数や写像、関数は、上記の実施形態と同様であるが、新たに、主記憶装置 3 0 3 内に、スカラー変数 s' 領域を確保する。

【0 1 5 9】

まず、CPU 3 0 2 は、変数 c に値 0 を記憶させる（ステップ S 1 0 0 1）。

【0 1 6 0】

次に、CPU 3 0 2 は、変数 x に、適当な m 次元の初期ベクトルを記憶させる（ステップ S 1 0 0 2）。

【0 1 6 1】

そして、CPU 3 0 2 は、変数 w に 0 を記憶させる（ステップ S 1 0 0 3）。

【0 1 6 2】

さらに、CPU 3 0 2 は、変数 x の値を用いてスカラー値 $A(x)/\rho(x)$ を計算し、この結果を変数 w に加算して、変数 w を更新する（ステップ S 1 0 0 4）。

【0 1 6 3】

さらに、CPU 3 0 2 は、変数 c に 1 を加算して、変数 c を更新する（ステップ S 1 0 0 5）。

【0 1 6 4】

ついで、CPU 3 0 2 は、スカラー値 w/c を計算して、この結果を変数 s' に記憶させる（ステップ S 1 0 0 6）。

【0 1 6 5】

この後、CPU 3 0 2 は、終了条件「 $c \geq L$ かつ $|s' - s| \leq |\epsilon s'|$ 」を満たすか否かを判断する（ステップ S 1 0 0 7）。

【0 1 6 6】

満たさない場合（ステップ S 1 0 0 7 ; No）、CPU 3 0 2 は、変数 s に s' を記憶して更新し（ステップ S 1 0 0 8）、変数 x と、ベクトル写像 f とを用いて、 m 次元ベクトル値 $f(x)$ を計算し、この結果を変数 x に記憶して変数 x を更新し

て（ステップ S1009）、ステップ S1004に戻る。

【0167】

一方、終了条件を満たす場合（ステップ S1007；Yes）、値 s' を変数 s に記憶させて（ステップ S1010）、本処理を終了する。 s が積分計算の結果である。

【0168】

誤差率 ε は、たとえば 0.01（1パーセント）や 0.001（0.1パーセント）など、所望の任意の値を選択することができる。

【0169】

最低繰り返し回数 L は、利用できる計算時間や積分関数 A の種類等に応じて決める。たとえば、100回～1000回程度とすることができる。

【0170】

このほか、終了条件が繰り返しの中で、 k 回（たとえば 2～50回）連続して満たされた場合、すなわち、

$$i+k \geq L;$$

$$|s_{i+1} - s_i| \leq \varepsilon |s_{i+1}|;$$

$$|s_{i+2} - s_{i+1}| \leq \varepsilon |s_{i+2}|;$$

$$\dots;$$

$$|s_{i+k} - s_{i+k-1}| \leq \varepsilon |s_{i+k}|$$

の場合に、繰り返しを終了して、 s_{i+k} を数値積分の結果として出力する、などの実施態様を採用することもでき、この実施態様も本発明の範囲に含まれる。

【0171】

（第5の実施形態）

上記実施例では、非有界領域は $(-\infty, +\infty) \times \dots \times (-\infty, +\infty)$ であり、全空間についての積分を求めている。本実施形態は、これに限られない非有界領域 M について数値積分をする場合の手法である。このような非有界領域 M には、たとえば、 $(0, +\infty)$ や、 $(-\infty, 0) \times (0, +\infty)$ や、 $(0, 1) \times (-\infty, +\infty)$ などが考えられる。

【0172】

このようにするためには、第2の実施形態のステップ S807の後に、更新し

た変数 x の値が非有界領域 M に含まれるか否かを判断し、含まれる場合には、ステップS 8 0 4に戻り、含まれない場合には、ステップS 8 0 7に戻るようにする。

【0 1 7 3】

このようにすることで、任意の非有界領域 M について、上記の実施形態と同様に、高速に数値積分を行うことができる。

【0 1 7 4】

【発明の効果】

以上説明したように、本発明によれば、多次元の非有界領域上で定義される関数の積分の近似値を高速に計算するのに好適な、多重積分の計算装置、計算方法、および、これらを実現するプログラムを記録した情報記録媒体を提供することができる。

【0 1 7 5】

これらは、金融工学におけるリスク評価、移動体通信や光通信におけるCDMAの干渉ノイズの評価、インターネットなどの通信におけるトラヒック評価などの数多くの産業分野で利用することができる。

【図面の簡単な説明】

【図 1】

本発明の多重積分の計算装置の概要構成を示す模式図である。

【図 2】

本発明の多重積分の計算装置が実装される情報処理装置の概要構成を示す模式図である。

【図 3】

本発明の多重積分の計算方法の手順を示すフローチャートである。

【図 4】

ベクトル写像 f を定義する写像 f_i の例を示すグラフである。

【図 5】

写像 f_i を繰り返し適用して得られるスカラー列の極限分布の密度関数を示すグラフである。

【図 6】

1 次元被積分関数を無限区間 $(-\infty, +\infty)$ で数値積分した場合の計算ステップ数に対する誤差の自乗平均を示すグラフである。

【図 7】

2 次元被積分関数を非有界領域 $(-\infty, +\infty) \times (-\infty, +\infty)$ で数値積分した場合の計算ステップ数に対する誤差の自乗平均を示すグラフである。

【図 8】

本発明の多重積分の計算方法の手順を示すフローチャートである。

【図 9】

本発明のベクトル写像を選択する手順を示すフローチャートである。

【図 1 0】

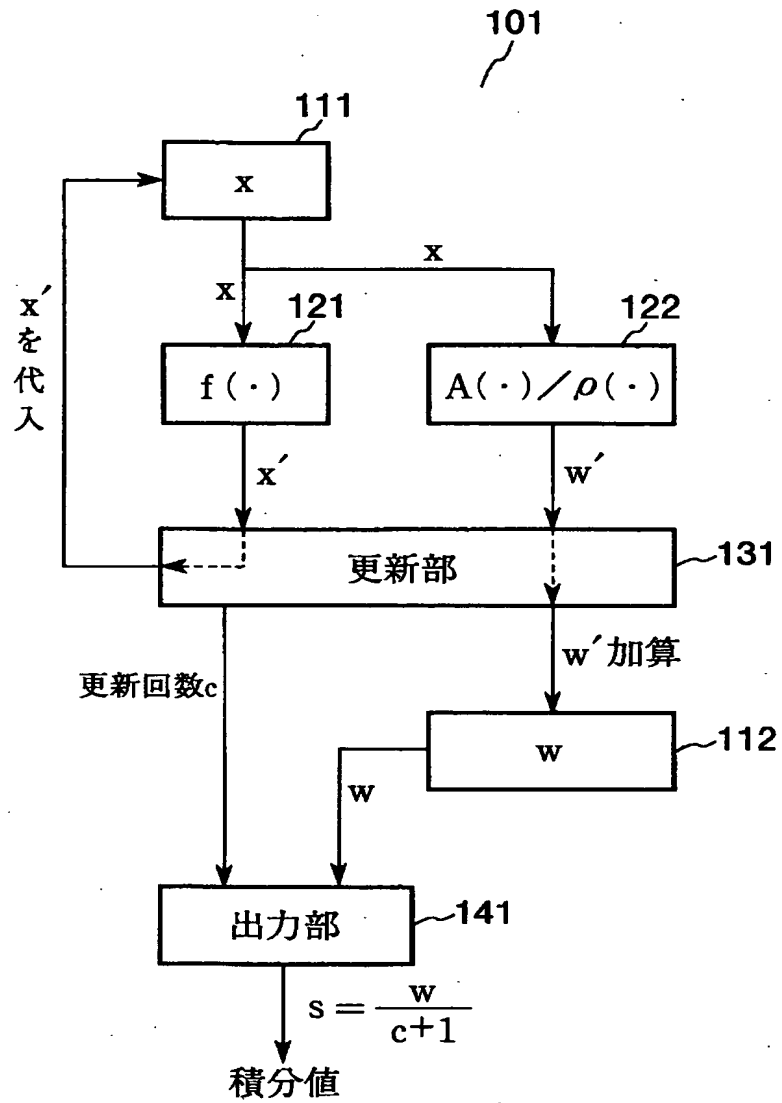
本発明のベクトル写像を選択する手順を示すフローチャートである。

【符号の説明】

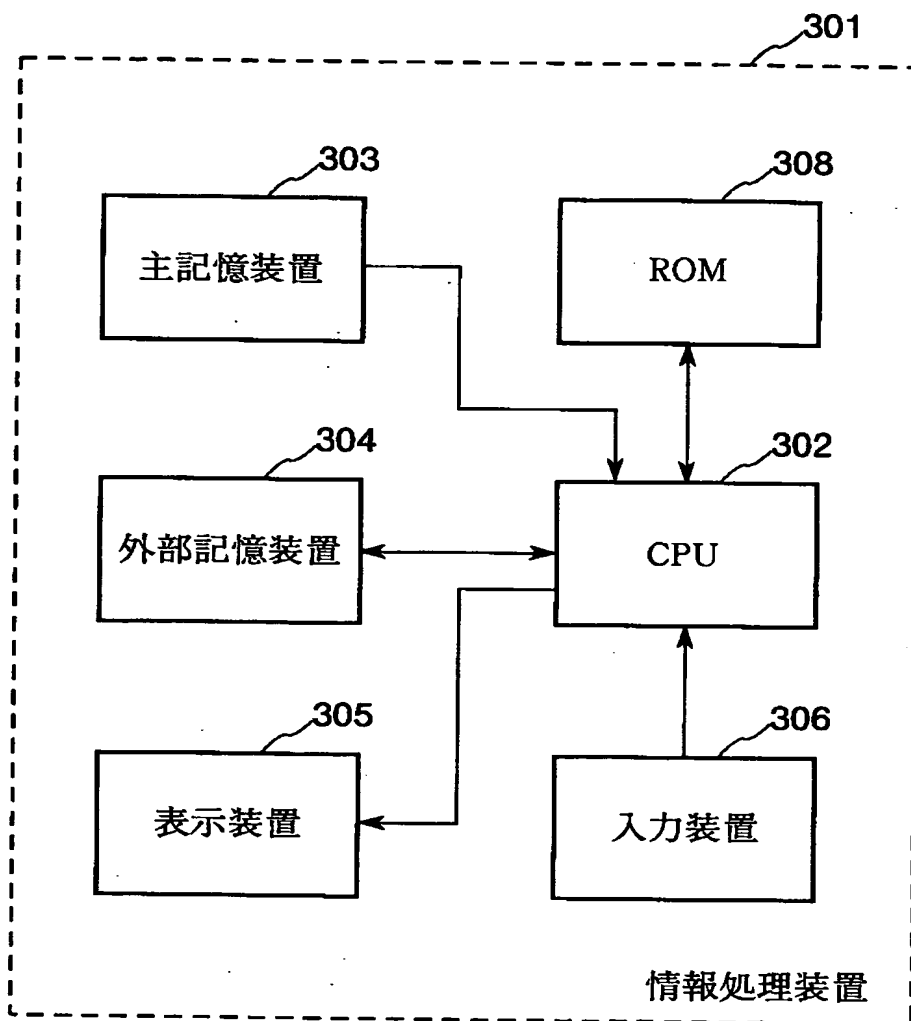
- 1 0 1 多重積分の計算装置
- 1 1 1 第 1 の記憶部
- 1 1 2 第 2 の記憶部
- 1 2 1 第 1 の計算部
- 1 2 2 第 2 の計算部
- 1 3 1 更新部
- 1 4 1 出力部
- 3 0 1 情報処理装置
- 3 0 2 C P U
- 3 0 3 主記憶装置
- 3 0 4 外部記憶装置
- 3 0 5 表示装置
- 3 0 6 入力装置
- 3 0 8 R O M

【書類名】 図面

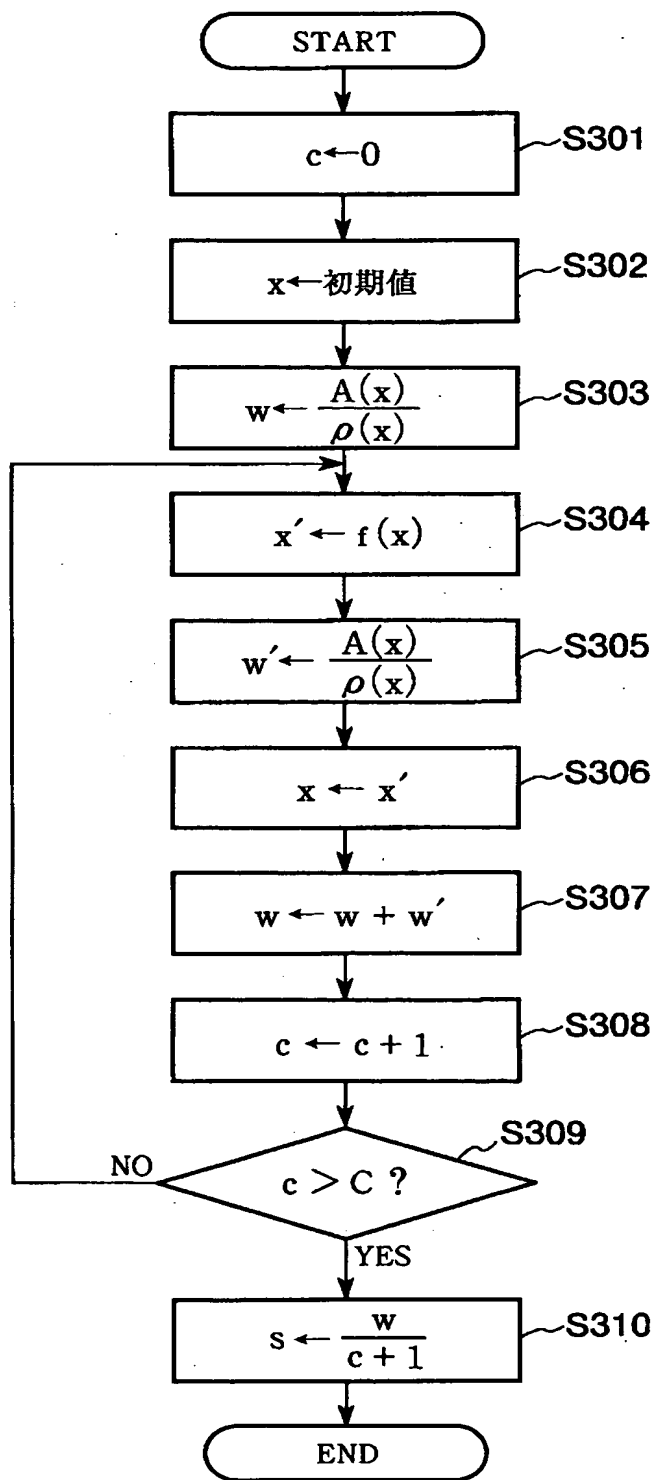
【図 1】



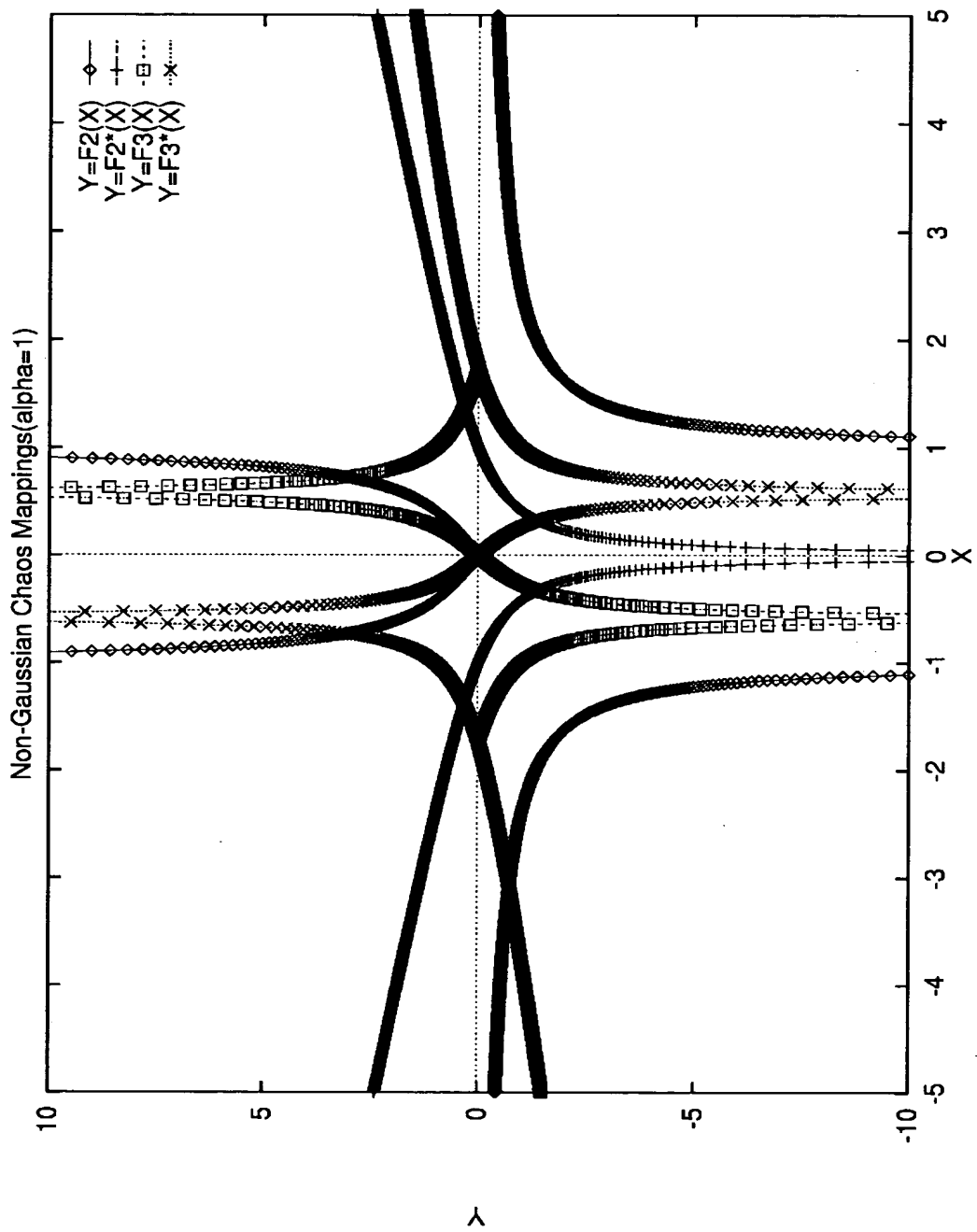
【図 2】



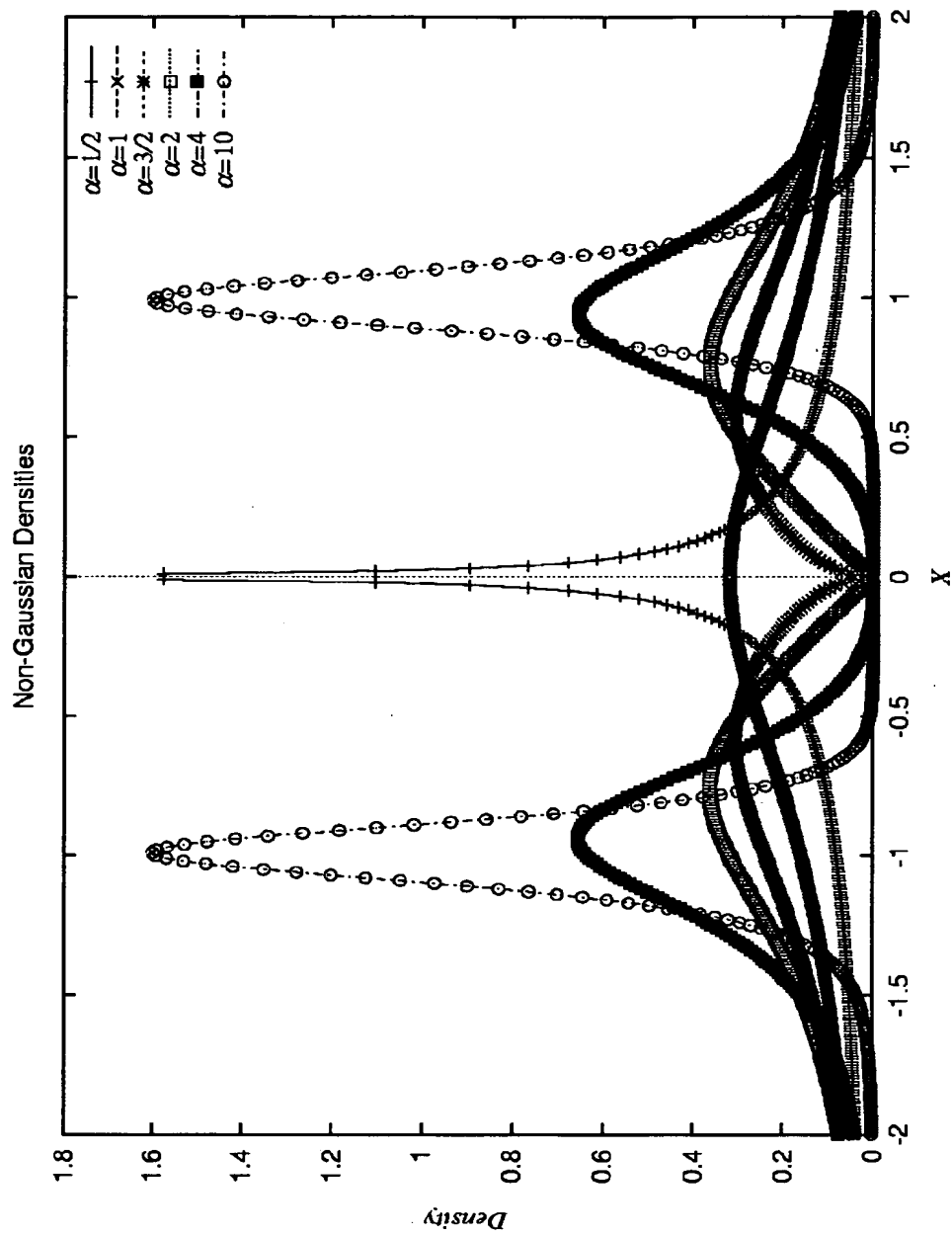
【図 3】



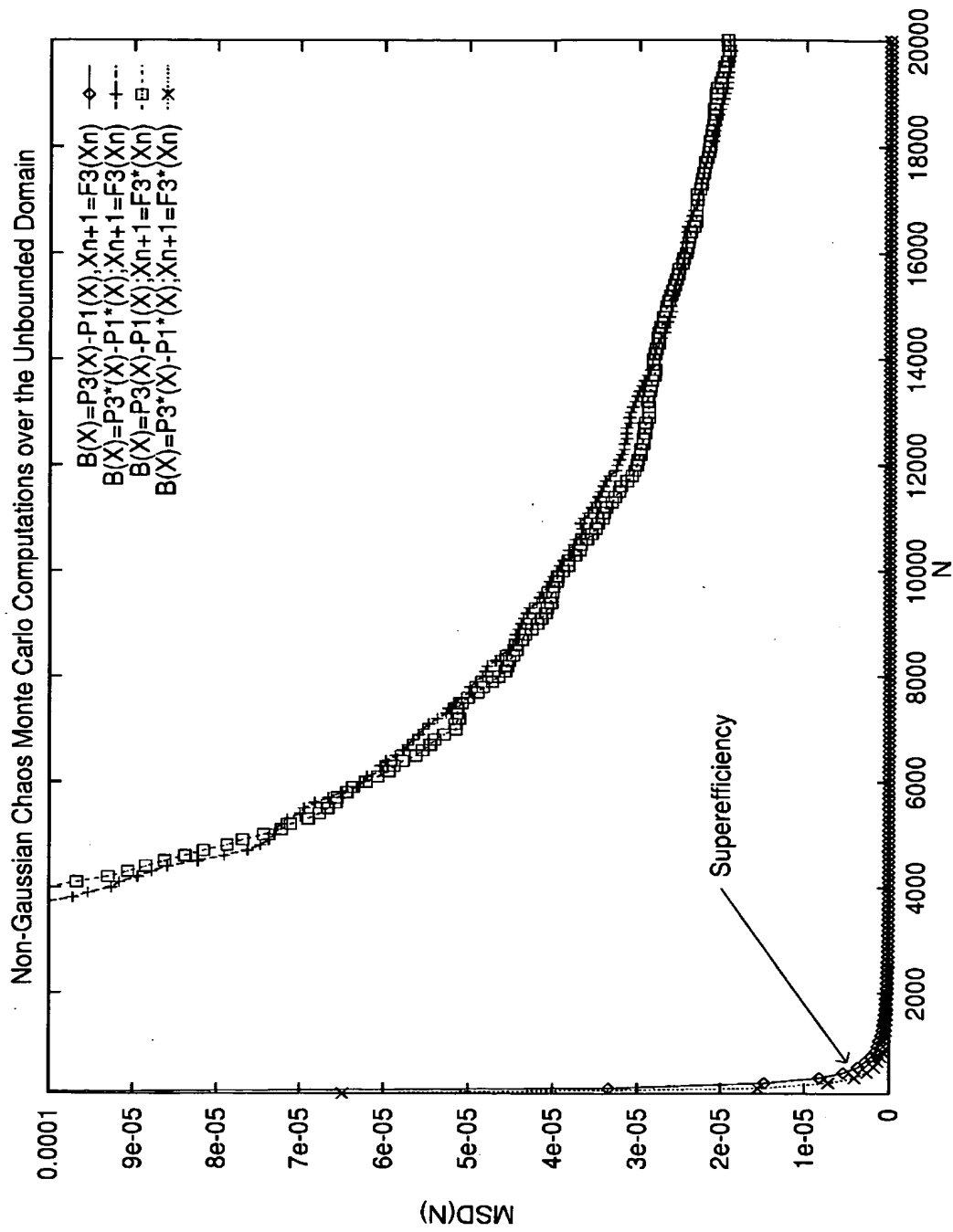
【図 4】



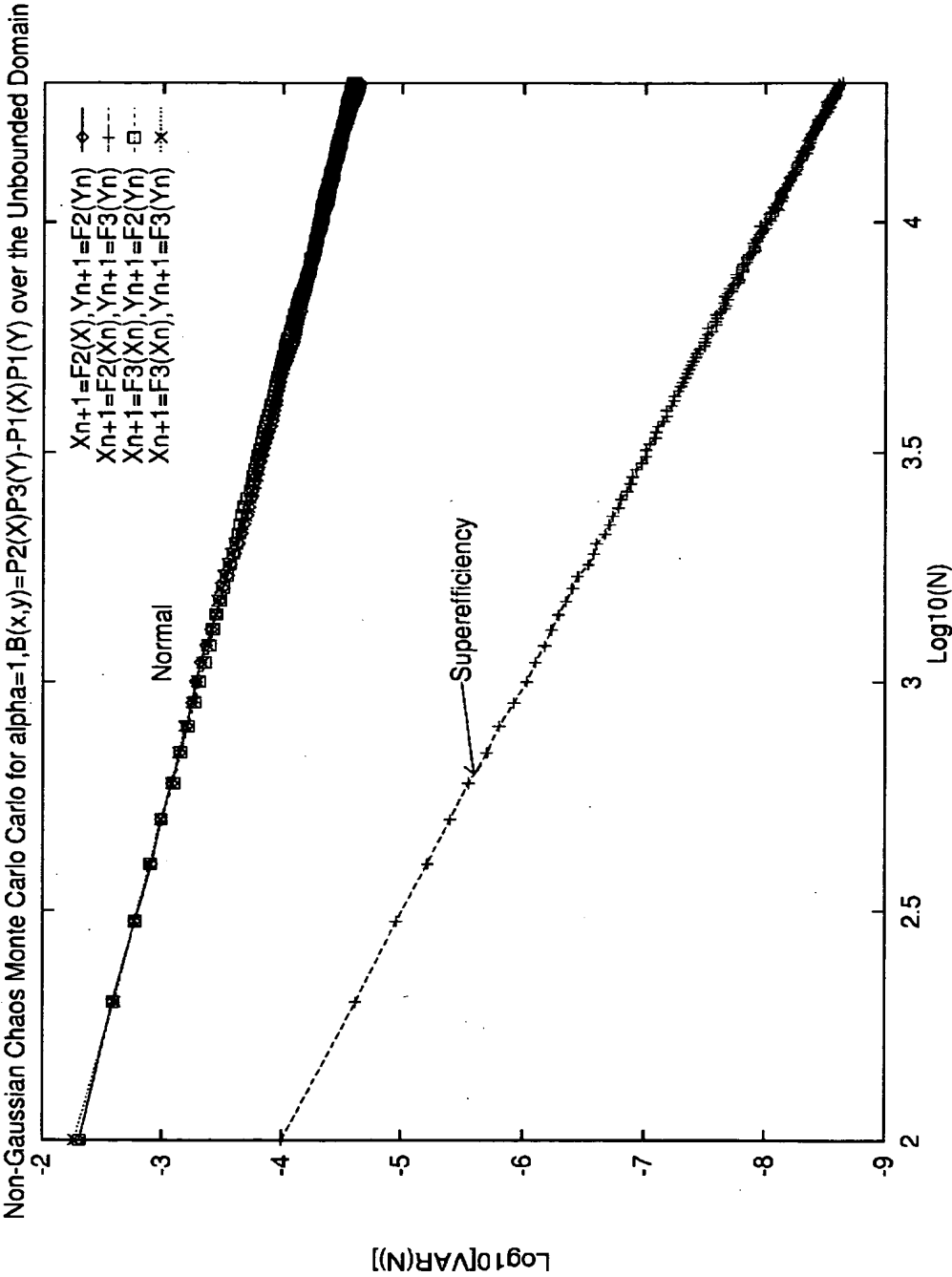
【図 5】



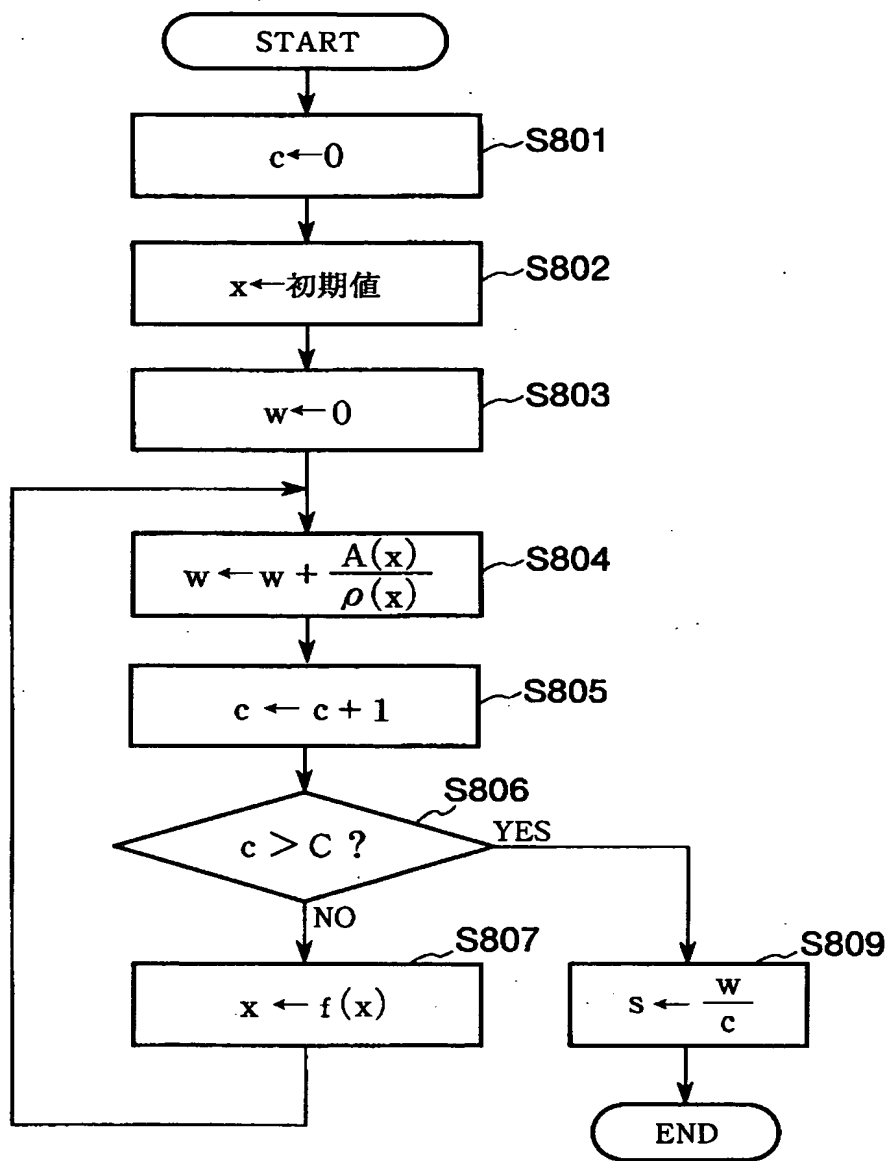
【図 6】



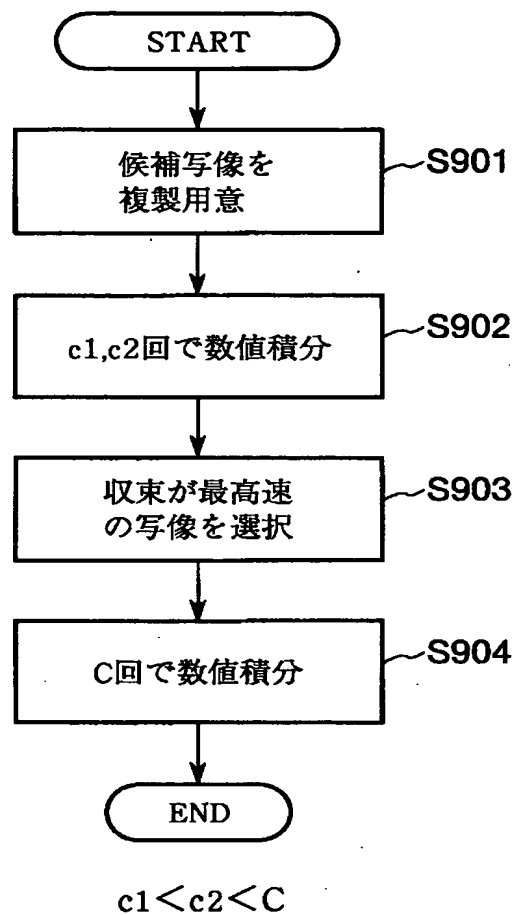
【图 7】



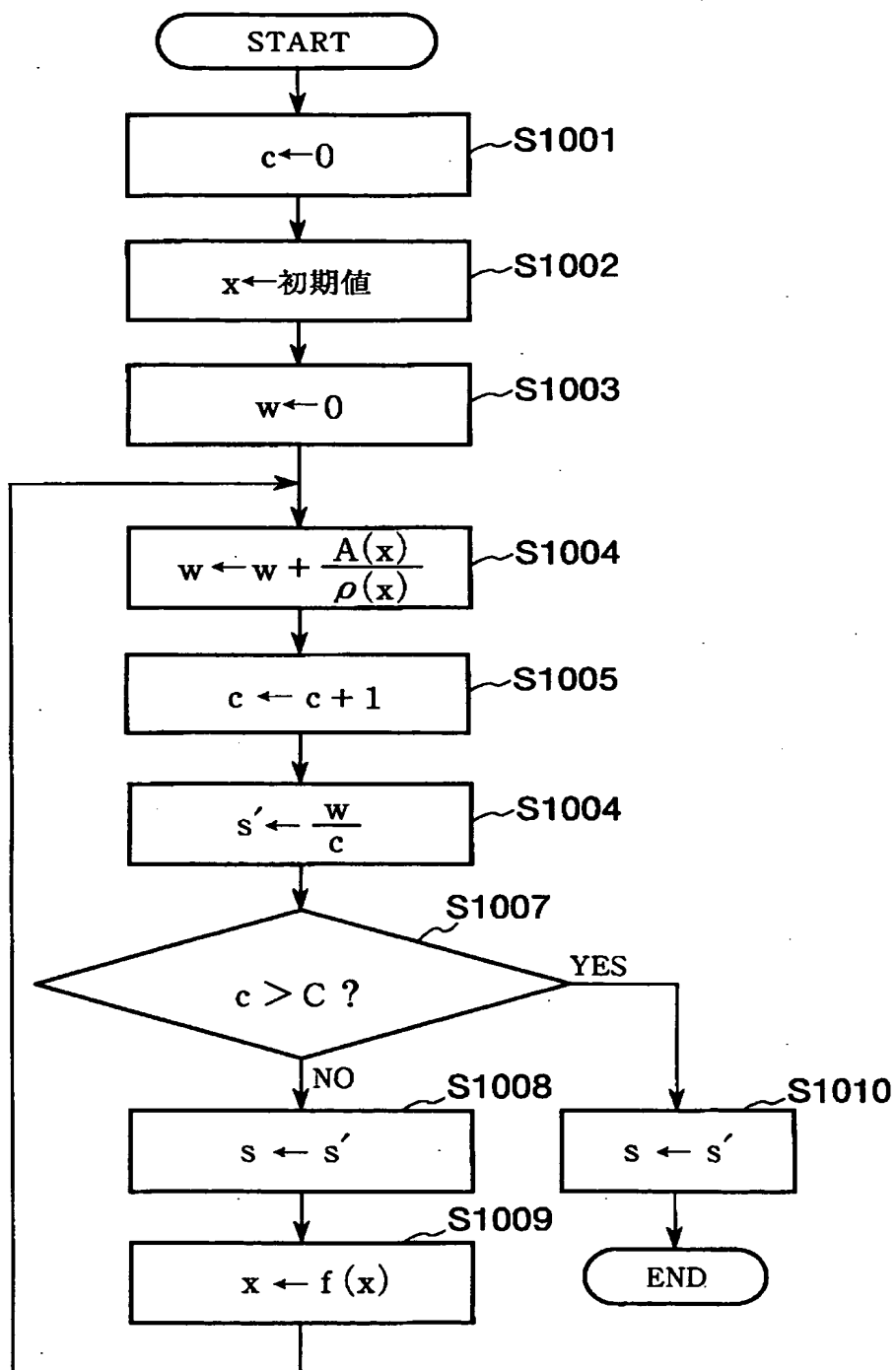
【図 8】



【図 9】



【図 1 0】



【書類名】 要約書

【要約】

【課題】 多次元非有界領域の数値積分を行う計算装置、計算方法、および、情報記録媒体を提供する。

【解決手段】 関数 A を非有界領域について数値積分する際に、ベクトル写像 f は、 m ($m \geq 1$)次元のベクトルを m 次元のベクトルに変換し、所定の m 次元のベクトル u に写像 f を繰り返し適用した結果の極限分布の多次元密度関数 ρ は解析的に得られ、第1の記憶部111は、 m 次元のベクトル x を記憶し、第2の記憶部112は、スカラー値 w を記憶し、第1の計算部121は、ベクトル $x' = f(x)$ を計算し、第2の計算部122は、スカラー値 $w' = A(x) / \rho(x)$ を計算し、更新部131は、 x' を第1の記憶部111に記憶させ、 w' を第2の記憶部112に記憶される値に加算して、これらを更新し、出力部141は、更新部131による更新回数が c ($c \geq 1$)回となった場合、スカラー値 $s = w / (c + 1)$ を計算して、これを出力する。

【選択図】 図1

認定・付加情報

特許出願の番号	平成11年 特許願 第370277号
受付番号	59901272814
書類名	特許願
担当官	濱谷 よし子 1614
作成日	平成12年 2月15日

<認定情報・付加情報>

【特許出願人】

【識別番号】	391027413
【住所又は居所】	東京都小金井市貫井北町4丁目2番1号
【氏名又は名称】	郵政省通信総合研究所長

【特許出願人】

【識別番号】	597044841
【住所又は居所】	東京都小金井市貫井北町4丁目2番地1号 郵政 省通信総合研究所内

【氏名又は名称】	梅野 健
----------	------

【代理人】 申請人

【識別番号】	100095407
【住所又は居所】	東京都千代田区神田錦町2丁目7番地 協販ビル 7階 芦田・木村国際特許事務所

【氏名又は名称】	木村 満
----------	------

【選任した代理人】

【識別番号】	100110135
【住所又は居所】	東京都千代田区神田錦町2丁目7番地 協販ビル 7階 芦田・木村国際特許事務所

【氏名又は名称】	石井 裕一郎
----------	--------

出 願 人 履 歴 情 報

識別番号 [391027413]

1. 変更年月日 1991年 3月11日

[変更理由] 新規登録

住 所 東京都小金井市貫井北町4丁目2番1号

氏 名 郵政省通信総合研究所長

出 願 人 履 歴 情 報

識別番号 [597044841]

1. 変更年月日 1999年10月27日

[変更理由] 住所変更

住 所 東京都小金井市貫井北町4丁目2番地1号 郵政省通信総合研
究所内

氏 名 梅野 健